THESE

présentée à l'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE et MEDICALE de GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR EN ELECTRONIQUE
3ème CYCLE

par

Pierre SAGUET

*

DETERMINATION DU LIBRE PARCOURS MOYEN DANS DES LAMES MINCES METALLIQUES

- APPLICATION AU NICKEL -

*

Soutenue le 28 SEPTEMBRE 1973 devant la Commission d'Examen

JURY

Monsieur	G. AUBERT	Président .
Messieurs	J. BENOIT A. COUMES M. BOUTHINON	Examinateurs .

THESE

PRESENTEE A L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE
ET MEDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de
DOCTEUR EN ELECTRONIQUE
3ème CYCLE

par

PIERRE SAGUET

☆

DETERMINATION DU LIBRE PARCOURS MOYEN
DANS DES LAMES MINCES METALLIQUES

APPLICATION AU NICKEL

☆

UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE G R E N O B L E

LISTE DES PROFESSEURS

PRESIDENT : Monsieur *Michel SOUTIF* - VICE-PRESIDENT : Monsieur *Gabriel CAU*

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	ANGLES D'AURIAC	P.	Mécanique des fluides
	ARNAUD	G.	Clinique des maladies infectieuses
	ARNAUD	P.	Chimie
	AUBERT	G.	Physique
	AYANT	Y.	Physique approfondie
Mme	BARBIER	M.J.	Electrochimie
MM.	BARBIER	J.C.	Physique expérimentale
	BARBIER	R.	Géologie appliquée
	BARJON	R.	Physique nucléaire
	BARNOUD	F.	Biosynthèse de la cellulose
	BARRA	J.R.	Statistiques
	BARRIE	J.	Clinique chirurgicale
	BENOIT	J.	Radioélectricité
	BERNARD	A.	Mathématiques pures
	BESSON	J.	Electrochimie
	BEZES	H.	Chirurgie générale
	BLAMBERT	M.	Mathématiques pures
	BOLLIET	L.	Informatique (I.U.T. B)
	BONNET	G.	Electrotechnique
	BONNET	J.L.	Clinique ophtalmologique
	BONNET-EYMARD	J.	Pathologie mèdicale
	BONNIER	E.	Electrochimie, électrométallurgie
	BOUCHERLE	A.	Chimie et toxicologie
	BOUCHEZ	R.	Physique nucléaire
	BOUSSARD	J.C.	Mathématiques appliquées
	BRAVARD	Y.	Géographie
	BRISSONNEAU	P.	Physique du solide
	BUYLE-BODIN	M.	Electronique
	CABANAC	J.	Pathologie chirurgicale
	CABANEL	G.	Clinique rhumatologique et hydrologie
	CALAS	F.	Anatomie
	CARRAZ	G.	Biologie animale et pharmacodynamie
	CAU	G.	Médecine légale et toxicologie
	CAUQUIS	G.	Chimie organique
	CHABAUTY	C.	Mathématiques pures
	CHARACHON	R.	Oto-rhino-laryngologie
	CHATEAU	R.	Thérapeutique
	CHENE	M.	Chimie papetière
	COEUR	A.	Pharmacie chimique
	CONTAMIN	R.	Clinique gynécologique
	COUDERC	P.	Anatomie pathologique
	CRAYA	A.	Mécanique
Mme	DEBELMAS	A.M.	Matière médicale

UNIV. LEIDEN BIBL.

MM.	DEBELMAS	J.	Géologie générale
	DEGRANGE	C.	Zoologie
	DESRE	P.	Métallurgie
	DESSAUX	G.	Physiologie animale
	DODU	J.	Mécanique appliquée
	DOLIQUE	J.M.	Physique des plasmas
	DREYFUS	B.	Thermodynamique
	DUCROS	P.	Cristallographie
	DUGOIS	P.	Clinique de dermatologie et syphiligraphie
	FAU	R.	Clinique neuro-psychiatrique
	FELICI	N.	Electrostatique
	GAGNAIRE	D.	Chimie physique
	GALLISSOT	F.	Mathématiques pures
	GALVANI	O.	Mathématiques pures
	GASTINEL	N.	Analyse numérique
	GEINDRE	M.	Electroradiologie
	GERBER	R.	Mathématiques pures
	GIRAUD	P.	Géologie
	KLEIN	J.	Mathématiques pures
Mme	KOFLER	L.	Botanique et physiologie végétale
MM.	KOSZUL	J.L.	Mathématiques pures
	KRAVTCHENKO	J.	Mécanique
	KUNTZMANN	J.	Mathématiques appliquées
	LACAZE	A.	Thermodynamique
	LACHARME	J.	Biologie végétale
	LAJZEROWICZ	J.	Physique
	LATREILLE	R.	Chirurgie générale
	LATURAZE	J.	Biochimie pharmaceutique
	LAURENT	P.	Mathématiques appliquées
	LEDRU	J.	Clinique médicale B
	LLIBOUTRY	L.	Géophysique
	LOUP	J.	Géographie
Mle	LUTZ	E.	Mathématiques pures
MM.	MALGRANGE	B.	Mathématiques pures
	MALINAS	Y.	Clinique obstétricale
	MARTIN-NOËL	P.	Séméiologie médicale
	MASSEPORT	J.	Géographie
	MAZARE	Y.	Clinique médicale A
	MICHEL	R.	Minéralogie et pétrographie
	MOURIQUAND	C.	Histologie
	MOUSSA	A.	Chimie nucléaire
	NEEL	L.	Physique du solide
	OZENDA	P.	Botanique
	PAUTHENET	R.	Electrotechnique
	PAYAN	J.J.	Mathématiques pures
	PEBAY-PEROULA	J.C.	Physique
	PERRET	R.	Servomécanismes
	PILLET	E.	Physique industrielle
	RASSAT	A.	Chimie systématique
	RENARD	M.	Thermodynamique
	REULOS	R.	Physique industrielle
	RINALDI	R.	Physique

MM.	ROGET	J.	Clinique de pédiatrie et de puériculture
	SANTON	L.	Mécanique
	SEIGNEURIN	R.	Microbiologie et hygiène
	SENGEL	P.	Zoologie
	SILBERT	R.	Mécanique des fluides
	SOUTIF	M.	Physique générale
	TANCHE	M.	Physiologie
	TRAYNARD	P.	Chimie générale
	VAILLAND	F.	Zoologie
	VALENTIN	J.	Physique nucléaire
	VAUQUOIS	B.	Calcul électronique
Mme	VERAIN	A.	Pharmacie galénique
M.	VERAIN	A.	Physique
Mme	VEYRET	G.	Géographie
MM.	VEYRET	P.	Géographie
	VIGNAIS	P.	Biochimie médicale
	YOCCOZ	J.	Physique nucléaire théorique

PROFESSEURS ASSOCIES

MM.	BULLEMER	B.	Physique
	HANO JUN-ICHI		Mathématiques pures
	STEPHENS	M.	Mathématiques appliquées

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M.	BEAUDOING	A.	Pédiatrie
Mme	BERTRANDIAS	F.	Mathématiques pures
MM.	BERTRANDIAS	J.P.	Mathématiques appliquées
	BIAREZ	J.P.	Mécanique
	BONNETAIN	L.	Chimie minérale
Mme	BONNIER	J.	Chimie générale
MM.	CARLIER	G.	Biologie végétale
	COHEN	J.	Electrotechnique
	COUMES	A.	Radioélectricité
	DEPASSEL	R.	Mécanique des fluides
	DEPORTES	C.	Chimie minérale
	GAUTHIER	Y.	Sciences biologiques
	GAVEND	M.	Pharmacologie
	GERMAIN	J.P.	Mécanique
	GIDON	P.	Géologie et minéralogie
	GLENAT	R.	Chimie organique
	HACQUES	G.	Calcul numérique
	JANIN	B.	Géographie
Mme	KAHANE	J.	Physique
MM.	MULLER	J.M.	Thérapeutique
	PERRIAUX	J.J.	Géologie et minéralogie
	POULOUJADOFF	M.	Electrotechnique
	REBECQ	J.	Biologie (C.U.S.)
	REVOL	M.	Urologie
	REYMOND	J.C.	Chirurgie générale
	ROBERT	A.	Chimie papetière

MM.	DE ROUGEMONT	J.	Neurochirurgie
	SARRAZIN	R.	Anatomie et chirurgie
	SARROT-REYNAULD	J.	Géologie
	SIBILLE	R.	Construction mécanique
	SIROT	L.	Chirurgie générale
Mme	SOUTIF	J.	Physique générale

MAITRES DE CONFERENCES ET
MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

Mle	AGNIUS-DELORD	C.	Physique pharmaceutique
Mle	ALARY	J.	Chimie analytique
MM.	AMBLARD	P.	Dermatologie
	AMBROISE-THOMAS	P.	Parasitologie
	ARMAND	Y.	Chimie
	BEGHIN	C.	Chimie organique
	BELORIZKY	E.	Physique
	BENZAKEN	C.	Mathématiques appliquées
	BILLET	J.	Géographie
	BLIMAN	S.	Electronique (E.N.S.E.R.)
	BLOCH	D.	Electrotechnique
Mme	BOUCHE	L.	Mathématiques (C.U.S.)
MM.	BOUCHET	Y.	Anatomie
	BOUVARD	M.	Mécanique des fluides
	BRODEAU	F.	Mathématiques (I.U.T. B)
	BRUGEL	L.	Energétique
	BUISSON	R.	Physique
	BUTEL	J.	Orthopédie
	CHAMBAZ	E.	Biochimie médicale
	CHAMPETIER	J.	Anatomie et organogénèse
	CHIAVERINA	J.	Biologie appliquée (E.F.P.)
	CHIBON	P.	Biologie animale
	COHEN-ADDAD	J.P.	Spectrométrie physique
	COLOMB	M.	Biochimie médicale
	CONTE	R.	Physique
	COULOMB	M.	Radiologie
	CROUZET	G.	Radiologie
	DURAND	F.	Métallurgie
	DUSSAUD	R.	Mathématiques (C.U.S.)
Mme	ETERRADOSSI	J.	Physiologie
MM.	FAURE	J.	Médecine générale
	GENSAC	P.	Botanique
	GIDON	M.	Géologie
	GRIFFITHS	M.	Mathématiques appliquées
	GROULADE	J.	Biochimie médicale
	HOLLARD	D.	Hématologie
	HUGONOT	R.	Hygiène et médecine préventive
	IDELMAN	S.	Physiologie animale
	IVANES	M.	Electricité
	JALBERT	P.	Histologie
	JOLY	J.R.	Mathématiques pures
	JOUBERT	J.C.	Physique du solide

MM.	JULLIEN	P.	Mathématiques pures
	KAHANE	A.	Physique générale
	KUHN	G.	Physique
	LACOUME	J.L.	Physique
Mme	LAJZEROWICZ	J.	Physique
MM.	LANCIA	R.	Physique atomique
	LE JUNTER	N.	Electronique
	LEROY	P.	Mathématiques
	LOISEAUX	J.M.	Physique nucléaire
	LONGEQUEUE	J.P.	Physique nucléaire
	LUU DUC	C.	Chimie organique
	MACHE	R.	Physiologie végétale
	MAGNIN	R.	Hygiène et médecine préventive
	MARECHAL	J.	Mécanique
	MARTIN-BOUYER	M.	Chimie (C.U.S.)
	MAYNARD	R.	Physique du solide
	MICHOULIER	J.	Physique (I.U.T. A)
	MICOUD	M.	Maladies infectieuses
	MOREAU	R.	Hydraulique (I.N.P.)
	NEGRE	R.	Mécanique
	PARAMELLE	B.	Pneumologie
	PECCOUD	F.	Analyse (I.U.T. B)
	PEFFEN	R.	Métallurgie
	PELMONT	J.	Physiologie animale
	PERRET	J.	Neurologie
	PERRIN	L.	Pathologie expérimentale
	PFISTER	J.C.	Physique du solide
	PHELIP	X.	Rhumatologie
Mle	PIERY	Y.	Biologie animale
MM.	RACHAIL	M.	Médecine interne
	RACINET	C.	Gynécologie et obstétrique
	RENAUD	M.	Chimie
	RICHARD	L.	Botanique
Mme	RINAUDO	M.	Chimie macromoléculaire
MM.	ROMIER	G.	Mathématiques (I.U.T. B)
	SHOM	J.C.	Chimie générale
	STIEGLITZ	P.	Anesthésiologie
	STOEBNER	P.	Anatomie pathologique
	VAN CUTSEM	B.	Mathématiques appliquées
	VEILLON	G.	Mathématiques appliquées (I.N.P.)
	VIALON	P.	Géologie
	VOOG	R.	Médecine interne
	VROUSSOS	C.	Radiologie
	ZADWORNY	F.	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM.	BOUDOURIS	G.	Radioélectricité
	CHEEKE	J.	Thermodynamique
	GOLDSCHMIDT	H.	Mathématiques
	STUARD	S.	Mathématiques pures
	YACOUD	M.	Médecine légale

CHARGES DE FONCTIONS DE MAITRES DE CONFERENCES

Mme	BERIEL	H.	Physiologie
Mme	RENAUDET	J.	Microbiologie.

TABLE DES MATIERES

Pages :

INTRODUCTION 1

☆ PREMIERE PARTIE : ETUDE THEORIQUE 3

CHAPITRE 1 : THEORIE CLASSIQUE - EFFET DE PEAU NORMAL 5
1.1. Equation de MAXWELL 5
1.2. Impédance de surface - Taux de transmission 6
1.2.1. Impédance de surface 7
1.2.2. Coefficient de transmission 8

CHAPITRE 2 : EFFET DE PEAU ANORMAL - EFFETS DIMENSIONNELS 9
2.1. Détermination de la densité de courant J(z) 9
2.1.1. Equation de BOLTZMANN 9
2.1.2. Résolution de l'équation de BOLTZMANN 11
2.1.3. Densité de courant J(z) 12
2.2. Résolution des équations de MAXWELL 13
2.3. Détermination de l'impédance de surface 15
2.4. Détermination du coefficient de transmission 15
2.5. Valeurs des coefficients K_0, K_n 16

CHAPITRE 3 : RESULTATS THEORIQUES 19
3.1. Impédance de surface 23
3.1.1. Partie imaginaire 23
3.1.2. Partie réelle 28
3.2. Coefficient de transmission 33

ANNEXE 1 : Résolution des équations de MAXWELL 39

ANNEXE 2 : Calcul des coefficients K_0, K_n 41

☆ SECONDE PARTIE : ETUDE EXPERIMENTALE 43

CHAPITRE 4 : DETERMINATION DU LIBRE PARCOURS MOYEN 45

CHAPITRE 5 : MONTAGE EXPERIMENTAL 47
5.1. Echantillons 47
5.2. Montage expérimental 48

CHAPITRE 6 : RESULTATS 57

ANNEXE 3 : Coefficient de transmission à travers l'ensemble Nickel - Pyrex 65

CONCLUSION 67

BIBLIOGRAPHIE 69

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544319_0045

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Electromagnétisme de l'Université I, dans les locaux de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique et de Radioélectricité de Grenoble, grâce à l'accueil bienveillant de son Directeur, Monsieur le Professeur J. BENOIT, qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le Jury de cette thèse. Je le prie de bien vouloir trouver ici l'expression de ma reconnaissance.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur A. COUMES, Directeur du Laboratoire, pour l'intérêt avec lequel il a suivi mon travail ainsi que d'avoir bien voulu faire partie du Jury.

Je prie Monsieur le Professeur G. AUBERT d'accepter mes remerciements pour m'avoir fait l'honneur de participer au Jury.

Que Monsieur M. BOUTHINON, qui m'a constamment aidé dans mon travail, soit assuré de toute ma gratitude.

Je remercie également mes collègues de Laboratoire et le personnel de l'E.N.S.E.R.G. auprès desquels j'ai trouvé une ambiance amicale qui a facilité mon travail.

LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISES

k	constante de propagation dans l'air
λ	longueur d'onde
ε_0	permittivité du vide
μ_0	perméabilité du vide
σ_0	conductivité à température ambiante du matériau massif
σ	conductivité du matériau massif
δ	épaisseur de peau classique
δ_0	épaisseur de peau à température ambiante
ℓ	libre parcours moyen des électrons
ℓ_0	libre parcours moyen des électrons à température ambiante
τ	temps de relaxation
$\bar{v}$	vitesse de FERMI
e	charge de l'électron
m	masse de l'électron
h	constante de PLANCK
z_0	impédance d'onde dans l'air
Z_0	impédance de surface
T	coefficient de transmission
$T_{dB} = 10 \log T$	.

I N T R O D U C T I O N

L'étude exposée ici s'inscrit dans un travail plus large effectué par une équipe de recherche qui s'attache à préciser les phénomènes de propagation d'ondes électromagnétiques dans des milieux ferromagnétiques en présence d'un champ magnétique statique.

L'utilisation de films minces pour ces études nous a amenés à nous pencher sur la détermination de divers paramètres du matériau utilisé (ici, le Nickel), paramètres qui peuvent être profondément modifiés par rapport à ceux du même matériau massif.

La nature polycristalline des films minces obtenus par évaporation conduit également à la modification de certains paramètres. Nous nous attacherons ici à déterminer le libre parcours moyen (l.p.m.) des électrons en fonction de la température dans des films minces de Nickel.

Nous utiliserons, pour déterminer le l.p.m., des effets particuliers dus aux dimensions du film qui seront choisies du même ordre de grandeur que le l.p.m.

Ne sachant pas dans quelles limites peut varier le l.p.m. lorsque la température varie, nous devrons également tenir compte de la possibilité de l'apparition d'effet de peau anormal.

Ce problème nécessite la connaissance des solutions exactes des équations de MAXWELL dans le film, dans les conditions les plus générales possibles.

Cette étude sera donc divisée en deux parties bien distinctes :

UNE ETUDE THEORIQUE qui nous permettra de déterminer l'impédance de surface du film et le coefficient de transmission à travers ce film, en fonction du libre parcours moyen des électrons et de l'épaisseur de l'échantillon ;

UNE ETUDE EXPERIMENTALE destinée à mesurer ce coefficient de transmission en fonction de la température.

De ces deux études, nous déduirons enfin le libre parcours moyen des électrons dans les films utilisés.

PREMIERE PARTIE

ETUDE THEORIQUE

CHAPITRE 1

THEORIE CLASSIQUE - EFFET DE PEAU NORMAL

La théorie classique de l'effet de peau normal est bien entendu fort connue, et nous ne la rappellerons que pour établir une comparaison de ses résultats avec ceux donnés par la théorie non-locale.

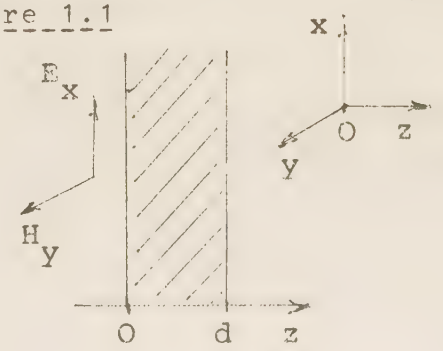
Nous ne l'appliquerons d'ailleurs qu'à notre cas bien précis : un film mince métallique (courant de déplacement négligeable) dont la perméabilité et la permittivité sont celles du vide (nous n'envisageons pas la présence d'un champ magnétique statique).

1.1. EQUATIONS DE MAXWELL

Considérons une onde monochromatique incidente sur un film mince d'épaisseur d (figure ci-contre) :

$$E_i = E_0 \, e^{j(\omega t - k_0 z)} \quad .$$

Figure 1.1



Les équations de MAXWELL s'écrivent :

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \qquad (1)$$

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \qquad (2)$$

et, en négligeant le courant de déplacement, elles se réduisent à :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = j\,\omega\,\mu_0\,J(z) \quad . \qquad (3)$$

La théorie classique suppose que l'épaisseur de peau reste grande devant le libre parcours moyen des électrons. Le champ électrique ne doit pas varier trop rapidement dans l'espace sur la distance du l.p.m.

Dans ces conditions, la loi d'OHM est vérifiée et nous pouvons écrire :

$$J(z) = \sigma\,E(z) \quad . \qquad (4)$$

Dans cette expression, la conductivité σ ne dépend pas du vecteur d'onde k.

Nous obtenons alors facilement la solution de l'équation (3) dans le film :

$$E_m(z) = E_1^+ \exp(-jk_1 z) + E_1^- \exp(jk_1 z) \qquad (5)$$

avec : $k_1 = (1-j)/\delta$ et $\delta = \sqrt{2/\sigma\,\mu_0\,\omega}$.

1.2. IMPEDANCE DE SURFACE - TAUX DE TRANSMISSION

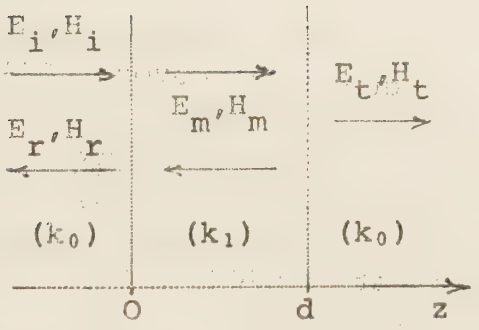
Connaissant l'expression du champ dans le film, nous pouvons alors calculer l'impédance de surface de ce film ou le coefficient de transmission T à travers ce film.

Nous supposerons que le film est plongé dans l'air. Dans ces conditions, nous pouvons définir les différentes ondes (figure 1.2).

$$E_i = E_0\, e^{j\omega t - jk_0 z} \quad ; \quad H_i = \frac{k_0}{\omega\mu_0} E_i$$

$$E_r = E_0'\, e^{j\omega t + jk_0 z} \quad ; \quad H_r = -\frac{k_0}{\omega\mu_0} E_r$$

$$E_t = E_0''\, e^{j\omega t - jk_0 z} \quad ; \quad H_t = \frac{k_0}{\omega\mu_0} E_t$$



$$E_m = E_m^+ + E_m^- = E_1^+\, e^{j\omega t - jk_1 z} + E_1^-\, e^{j\omega t + jk_1 z}$$

Figure 1.2

$$H_m^+ = \frac{k_1}{\omega\mu_0} E_m^+ \quad ; \quad H_m^- = -\frac{k_1}{\omega\mu_0} E_m^- \quad .$$

Les conditions aux limites (sur les amplitudes) s'écrivent alors (STRATTON [1]) :

$$\left.\begin{aligned} E_0 + E_0' &= E_1^+ + E_1^- \\ E_0 - E_0' &= Z_{1,0}\,(E_1^+ - E_1^-) \\ E_1^+\, e^{-jk_1 d} + E_1^-\, e^{jk_1 d} &= E_0''\, e^{-jk_0 d} \\ E_1^+\, e^{-jk_1 d} - E_1^-\, e^{jk_1 d} &= \frac{1}{Z_{1,0}} E_0''\, e^{-jk_0 d} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Dans ce système, nous avons : $Z_{1,0} = k_1/k_0$.

La résolution du système (6) va nous permettre de déterminer l'impédance de surface Z_0 et le coefficient de transmission T.

1.2.1. IMPEDANCE DE SURFACE

Elle est définie par : $Z_0 = E(0)/H(0)$, ce que nous pouvons écrire :

$$Z_0 = \frac{E_0 + E_0'}{E_0 - E_0'} \cdot \frac{\omega\mu_0}{k_0} \quad . \qquad (7)$$

Du système (6), l'on peut déduire facilement :

$$Z_0 = \frac{\omega\mu_0}{k_0} \cdot \frac{1}{Z_{1,0}} \cdot \frac{(1+\frac{1}{Z_{1,0}})\exp\left(j(k_1-k_0)d\right) + (1-\frac{1}{Z_{1,0}})\exp\left(-j(k_1+k_0)d\right)}{(1+\frac{1}{Z_{1,0}})\exp\left(j(k_1-k_0)d\right) - (1-\frac{1}{Z_{1,0}})\exp\left(-j(k_1+k_0)d\right)}, \qquad (8)$$

ce que nous pouvons écrire :

$$Z_0 = \frac{\omega\mu_0}{k_1}\left(1 + \frac{2}{\frac{k_1+k_0}{k_1-k_0}\exp(2jk_1d) - 1}\right) = \frac{\omega\mu_0}{k_1}\left(1 + A + jB\right) \qquad (9)$$

(A et B étant deux termes réels), et nous déduisons les résultats :

$$Z_0 = \frac{\omega\mu_0\delta}{1-j}\left(1 + A + jB\right) = \frac{\omega\mu_0\delta}{2}\left(1 + A - B + j(1 + A + B)\right) \qquad (10)$$

$$\mathrm{Re}(Z_0) = \frac{\omega\mu_0\delta}{2}\left(1 + A - B\right) \qquad (11)$$

$$\mathrm{Im}(Z_0) = \frac{\omega\mu_0\delta}{2}\left(1 + A + B\right) \qquad (12)$$

1.2.2. COEFFICIENT DE TRANSMISSION

Le coefficient de transmission est donné par :

$$T = \left|\frac{E_t}{E_i}\right|^2 = \left|\frac{E_0''}{E_0}\right|^2 .$$

Du système (6), nous tirons :

$$\left|\frac{E_0}{E_0''}\right| = \frac{1}{4}\left|(2 + Z_{1,0} + \frac{1}{Z_{1,0}})e^{jk_1d} + (2 - Z_{1,0} - \frac{1}{Z_{1,0}})e^{-jk_1d}\right| . \qquad (13)$$

En remplaçant $Z_{1,0}$ et k_1 par leur valeur et en posant $x = d/\delta$ et $a = \lambda/2\pi\delta$, l'expression (13) devient :

$$\left|\frac{E_0}{E_0''}\right| = \frac{1}{4}\left|4\cos x\,\mathrm{ch}\,x - 2(a+\frac{1}{2a})\sin x\,\mathrm{ch}\,x - 2(a-\frac{1}{2a})\cos x\,\mathrm{sh}\,x + j\left(4\sin x\,\mathrm{sh}\,x - 2(a+\frac{1}{2a})\cos x\,\mathrm{sh}\,x - 2(a-\frac{1}{2a})\sin x\,\mathrm{ch}\,x\right)\right| \qquad (14)$$

A partir de cette expression, nous tirerons : $T_{dB} = -20\log\left|\frac{E_0}{E_0''}\right|$.

CHAPITRE 2

EFFET DE PEAU ANORMAL - EFFETS DIMENSIONNELS

2.1. DETERMINATION DE LA DENSITE DE COURANT J(z)

2.1.1. EQUATION DE BOLTZMANN

Lorsque l'épaisseur du film est très faible et du même ordre que le l.p.m., ou lorsque le l.p.m. devient de l'ordre de l'épaisseur de peau classique, nous ne pouvons plus écrire la loi d'OHM.

Nous devons reprendre la formule générale :

$$J(z) = -2e\left(\frac{m}{h}\right)^3 \iiint v_x \cdot f \cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z \quad (15)$$

f est la fonction de distribution des électrons déduite de l'équation de BOLTZMANN et v_x, v_y et v_z sont les composantes de la vitesse des électrons.

On peut caractériser l'électron par ses coordonnées " $\vec{r}$ " et sa quantité de mouvement $\vec{p}$. f est alors une fonction de r, p et du temps t.

La différentielle de f s'écrit :

$$df = \frac{\partial f}{\partial t}\,dt + \frac{\partial \vec{f}}{\partial p}\,\vec{dp} + \frac{\partial \vec{f}}{\partial r}\,\vec{dr} \qquad \text{soit :}$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}}{\partial p} \cdot \frac{\vec{dp}}{dt} + \frac{\partial \vec{f}}{\partial r} \cdot \frac{\vec{dr}}{dt} \quad . \qquad (16)$$

Nous ferons l'hypothèse que la surface de FERMI du matériau est quasiment sphérique, et nous utiliserons la fonction de distribution de FERMI-DIRAC :

$$f_0(\mathcal{E}) = \frac{1}{1 + \exp \dfrac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_F}{kT}}$$

$\mathcal{E}_F$ étant l'énergie de FERMI.

D'autre part, le milieu sera soumis à un champ électromagnétique $\vec{E},\vec{H}$ ($\vec{E} = \vec{E}(r)\ e^{j\omega t}$), de telle sorte que la force appliquée à un électron de charge (-e) sera :

$$\vec{F} = \frac{\vec{dp}}{dt} = -\left(e\vec{E} + \frac{e}{c}\,\vec{v}\wedge\vec{H}\right)$$

$\vec{v}$ étant la vitesse de l'électron.

L'expression (11) va donc s'écrire :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial \vec{f}}{\partial p} \cdot \left(e\vec{E} + \frac{e}{c}\,\vec{v}\wedge\vec{H}\right) + \frac{\partial \vec{f}}{\partial r} \cdot \vec{v} \qquad (17)$$

dans laquelle $f = f_0(\mathcal{E}) + f_1(p,r)e^{j\omega t}$.

Le terme df/dt est dû aux collisions ; on peut l'écrire : $\dfrac{df}{dt} = -\dfrac{f - f_0}{\tau} = -\dfrac{f_1\ e^{j\omega t}}{\tau}$.

Nous aurons, d'autre part, les égalités suivantes :

$\dfrac{\partial f}{\partial t} = \dfrac{\partial f_0}{\partial t} + j\omega f_1 e^{j\omega t}$; $\dfrac{\partial f_0}{\partial t} = 0$; $\dfrac{\overrightarrow{\partial(\ )}}{\partial p} = \dfrac{\partial(\ )}{\partial \mathcal{E}} \cdot \dfrac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial p} = \dfrac{\partial(\ )}{\partial \mathcal{E}} \cdot \vec{v}$.

En négligeant les termes du second ordre, l'équation (17) nous donne alors :

$$\frac{f_1}{\tau} + j\omega f_1 + \vec{v} \cdot \frac{\overrightarrow{\partial f_1}}{\partial r} - \vec{v} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{E}}\,e\vec{E} = 0 \quad ,$$

qui peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{1 + j\omega\tau}{\tau\, v_z} \cdot f_1 = \vec{E}(z) \cdot \frac{e}{m v_z} \frac{\overrightarrow{\partial f_0}}{\partial v_x} \cdot \qquad (18)$$

2.1.2. RESOLUTION DE L'EQUATION DE BOLTZMANN

Dans l'équation (18), nous poserons : $\frac{1 + j\omega\tau}{\tau\, v_z} = A$ et $\frac{e}{m v_z} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = K$. La solution générale de l'équation (18) s'écrit :

$$f_1 = e^{-Az} \left\{ F(v) + K \int_0^z E(t)\, e^{At}\, dt \right\}; \qquad (19)$$

F(v) est une fonction arbitraire qui doit être déterminée par les conditions aux limites.

Nous séparerons f_1 en deux fonctions : $f_1^{(1)}$ et $f_1^{(2)}$: $f_1^{(1)}$ correspondant aux électrons dont la vitesse suivant Oz est négative, $f_1^{(2)}$ correspondant à ceux dont la vitesse est positive. Ceci nous permet de garder dans les équations une vitesse v_z positive.

Pour résoudre l'équation (18), nous devons tenir compte des conditions aux limites sur les surfaces du film en introduisant un paramètre p définissant la nature de la réflexion des électrons sur la surface. Pour une réflexion élastique : p = 1, alors que, pour une réflexion diffuse, nous aurons : p = 0 .

Les conditions aux limites dans le film s'écrivent alors :

$$f_1^{(2)}(v_x, v_y, v_z, z = 0) = p\, f_1^{(1)}(v_x, v_y, -v_z, z = 0) \qquad (20)$$

$$f_1^{(1)}(v_x, v_y, -v_z, z = d) = p\, f_1^{(2)}(v_x, v_y, v_z, z = d). \qquad (21)$$

Reprenant l'équation (19) et en tenant compte de (20) et (21), nous obtenons :

$$\left.\begin{array}{lll} \text{en } z = 0 & f_1^{(2)} = F_2(v) = p\,F_1(v) & \\ & f_1^{(1)} = e^{Ad}\left\{ F_1(v) - K\int_0^d E(t)\, e^{-At}\, dt \right\} & \\ \text{en } z = d & = p\, e^{-Ad}\left\{ F_2(v) + K\int_0^d E(t)\, e^{At}\, dt \right\} & \end{array}\right| \quad (22)$$

Le système (22) permet de déduire $F_1(v)$ et $F_2(v)$. Les fonctions de distribution $f_1^{(1)}$ et $f_1^{(2)}$ sont alors entièrement déterminées :

$$f_1^{(1)} = e^{Az}\left[\frac{K}{1-p^2e^{-2Ad}}\left(\int_0^d E(t)e^{-At}dt + pe^{-2Ad}\int_0^d E(t)e^{At}dt\right) - K\int_0^z E(t)e^{-At}dt\right] \quad (23)$$

$$f_1^{(2)} = e^{-Az}\left[\frac{pK}{1-p^2e^{-2Ad}}\left(\int_0^d E(t)e^{-At}dt + pe^{-2Ad}\int_0^d E(t)e^{At}dt\right) + K\int_0^z E(t)e^{At}dt\right] \quad (24)$$

2.1.3. DENSITE DE COURANT J(z)

Nous connaissons donc la fonction $f_1 = f_1^{(1)} + f_1^{(2)}$, ce qui nous permet d'intégrer l'expression (15) :

$$J(z) = -2e\left(\frac{m}{h}\right)^3 \iiint v_x \cdot f \cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z \quad .$$

Pour résoudre cette intégrale, nous passons en coordonnées polaires (v,θ,ϕ). Les intégrations sur ϕ et v ne présentent pas de difficultés et conduisent au résultat (REUTER et SONDHEIMER [2]) :

$$J(z) = \frac{2e^2m^2\pi\bar{v}^2}{h^2}\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{f_1}{K}\, d\theta$$

ou encore :

$$J(z) = \frac{3}{4}\,\frac{\sigma}{\ell}\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{f_1}{K}\, d\theta \quad (25)$$

avec $\sigma = ne^2\ell/p_0$ (n : densité électronique).

Reprenant les expressions (23) et (24) qui donnent la valeur de la fonction de distribution, l'expression (25) s'écrit :

$$J(z) = \frac{3}{4}\frac{\sigma}{\ell}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3\theta}{\cos\theta}\cdot\frac{1}{1-p^2\exp\left(-\frac{2\alpha d}{\ell\cos\theta}\right)}\left(\int_0^d E(t)\exp\left(-\frac{\alpha}{\ell\cos\theta}|t-z|\right)dt + \right.$$

$$+p\int_0^d \exp\left(-\frac{\alpha}{\ell\cos\theta}(t+z)\right)dt + p^2\exp\left(-\frac{2\alpha}{\ell\cos\theta}d\right)\int_0^d E(t)\exp\left(\frac{\alpha}{\ell\cos\theta}(t-z)\right)dt + \quad (26)$$

$$\left.+p\exp\left(-\frac{2\alpha d}{\ell\cos\theta}\right)\int_0^d E(t)\exp\left(\frac{\alpha}{\ell\cos\theta}(t+z)\right)dt\right)d\theta$$

avec $\alpha = 1 + j\omega\tau$.

En effectuant le changement de variable $\cos\theta = \frac{1}{u}$ l'expression (26) peut se mettre sous la forme :

$$\boxed{J(z) = \frac{3}{4}\frac{\sigma}{\ell}\int_0^d E(t)\,K(z,t)\,dt} \qquad (27)$$

expression dans laquelle nous avons :

$$K(z,t) = \int_1^\infty \left(\frac{1}{u}-\frac{1}{u^3}\right)\left(\exp\left(-\frac{\alpha}{\ell}|t-z|u\right) + p\exp\left(-\frac{\alpha}{\ell}2du\right)\exp\left(\frac{\alpha}{\ell}(t+z)u\right) + \right.$$

$$\left.+p\exp\left(-\frac{\alpha}{\ell}(t+z)u\right)+p^2\exp\left(-\frac{\alpha}{\ell}2du\right)\exp\left(-\frac{\alpha}{\ell}(z-t)u\right)\right)\frac{du}{1-p^2\exp\left(-\frac{\alpha}{\ell}2du\right)} \qquad (28)$$

2.2. RESOLUTION DES EQUATIONS DE MAXWELL

Connaissant à présent l'expression de la densité de courant, nous pouvons écrire les équations de MAXWELL, et en négligeant le courant de déplacement, nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial\zeta^2} = j\frac{3}{2}\frac{d^3}{\delta^2\ell}\int_0^1 K(\zeta,\eta)\,E(\eta)\,d\eta \quad . \qquad (29)$$

Nous avons effectué les changements de variable suivants : $\zeta = z/d$; $\eta = t/d$; et nous avons : $\delta = \sqrt{2/\sigma\mu_0\omega}$.

Pour résoudre cette équation, plusieurs méthodes sont utilisables.

G.A. BARAFF [3,4] a utilisé deux méthodes : la méthode assez complexe de WIENER-HOPF et une méthode plus simple dite de "réflexions multiples".

G.R. HENRY [5] a tracé les courbes donnant les parties imaginaire et réelle de l'impédance de surface en effectuant une intégration numérique des équations de MAXWELL.

Nous utiliserons la méthode suggérée par AZBEL' (non publié) et que BEGIASHVILI [6] a utilisée pour résoudre le même problème dans le cas d'une réflexion élastique des électrons. Cette méthode consiste à développer les fonctions inconnues en série de FOURIER puis à déterminer les coefficients par identification des deux membres de l'équation considérée. Nous poserons donc :

$$K(\zeta,\eta) = K(\Gamma) = \frac{K_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos(n\pi\Gamma)$$

$$E(\zeta) = \frac{E_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cos(n\pi\zeta)$$

développement en série de Fourier de fonctions paires de période 2.

Nous avons alors : $E(\zeta) = E(-\zeta)$ (nous aurions tout aussi bien pu développer K et E en supposant que ces fonctions étaient impaires).

En reportant $E(\zeta)$ et $K(\zeta,\eta)$ dans l'équation (29), nous obtenons (voir Annexe 1) :

$$\frac{E_0}{2} = c\,\frac{H(1) - H(0)}{j\beta\,\frac{K_0}{2}} \quad \text{et} \quad E_n = -\,\frac{2c\,(H(0) - H(1)(-1)^n)}{(n\pi)^2 + j\beta\,\frac{K_n}{2}} \quad .$$

Dans ces expressions : $c = -j\omega\mu_0 d$ et $\beta = \frac{3}{2}\,\frac{d^3}{\delta^2 \ell}$.

Nous pouvons alors écrire l'expression du champ électrique à l'intérieur du film mince :

$$E(\zeta) = c\,\frac{H(1)-H(0)}{j\beta\,\frac{K_0}{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c\left(H(1)(-1)^n - H(0)\right)}{(n\pi)^2 + j\beta\,\frac{K_n}{2}} \cos(n\pi\zeta) \quad . \quad (30)$$

Si le matériau utilisé ou si la fréquence de travail ne permet pas de négliger le courant de déplacement, on peut utiliser la formule exacte :

$$E(\zeta) = c\,\frac{H(1)-H(0)}{j\beta\,\frac{K_0}{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c\left(H(1)(-1)^n - H(0)\right)}{(n\pi)^2 - \omega^2\,\varepsilon\,\mu\,d^2 + j\beta\,\frac{K_n}{2}} \cos(n\pi\zeta) \quad . (31)$$

2.3. DETERMINATION DE L'IMPEDANCE DE SURFACE

Nous avons vu précédemment que l'impédance de surface est définie par le rapport : $Z_0 = E(0)/H(0)$.

Pour déterminer ce rapport, il suffit maintenant d'écrire les conditions aux limites sur les champs électromagnétiques. En $\zeta = 1$, nous aurons $E(1) = \frac{\omega\mu_0}{k_0} H(1) = z_0\, H(1)$ avec $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ (nous supposons que la lame est plongée dans l'air). D'autre part, de l'expression (30) nous pouvons tirer:

$$\left.\begin{aligned} E(0) &= A\,H(0) - B\,H(1) \\ E(1) &= B\,H(0) - A\,H(1) \end{aligned}\right\} \text{ avec } \quad A = \frac{-c}{j\beta\frac{K_0}{2}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c}{(n\pi)^2 + j\beta\frac{K_n}{2}}$$

$$B = \frac{-c}{j\beta\frac{K_0}{2}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c\,(-1)^n}{(n\pi)^2 + j\beta\frac{K_n}{2}}$$

Nous tirons alors :

$$\boxed{Z_0 = \frac{E(0)}{H(0)} = A - \frac{B^2}{z_0 + A}} \quad . \quad (32)$$

2.4. DETERMINATION DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION T

Nous avons : $T = |E_t/E_i|^2$ (voir figure 2.1).

Les conditions aux limites en z = 0 s'écrivent :

$E_i + E_r = E(0)$

$H_i + H_r = H(0) \Rightarrow E_i - E_r = z_0\, H(0)$

et en $z = d$ $(\zeta = 1)$:

$E_t = E(1)$.

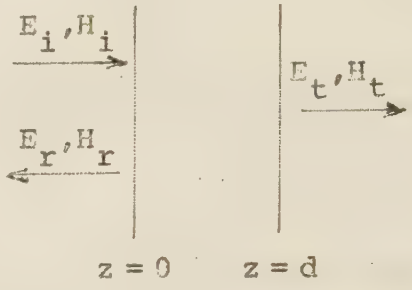


Figure 2.1.

De ce système, nous tirons :

$$T = \left| 2\,\frac{E(1)}{E(0)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{z_0}{Z_0}} \right|^2 = \left| 2\,\frac{Bz_0}{(z_0+A)^2 - B^2} \right|^2 . \quad (33)$$

2.5. VALEURS DES COEFFICIENTS K_0, K_n

Nous avons déterminé les expressions donnant l'impédance de surface du film et le coefficient de transmission à travers ce film. Ces expressions dépendent des valeurs des coefficients de FOURIER K_0 et K_n qui dépendent eux-mêmes de la nature de la réflexion des électrons sur les surfaces. Bien qu'il soit admis que la réflexion des électrons est diffuse pour un film de Nickel, nous étudierons successivement les deux cas limites : p = 0 et p = 1. En effet, notre étude n'est pas limitative, les résultats pouvant s'appliquer à d'autres matériaux.

2.5.1. CAS DE LA REFLEXION ELASTIQUE DES ELECTRONS

Ce cas a déjà été traité par BEGIASHVILI [6] et nous n'en donnerons donc que les résultats, sans nous attarder sur les calculs relativement simples, permettant de les obtenir.

Remarquons cependant que, dans le cas où p = 1, $K(\zeta,\eta)$ peut s'écrire sous la forme :

$$K(\zeta,\eta) = K'(\zeta+\eta) + K(|\zeta-\eta|)$$

et si l'on prend $E(\zeta) = E(-\zeta)$, les équations de MAXWELL se ramènent à :

$$\frac{d^2E(\zeta)}{d\zeta^2} = j\beta \int_{-1}^{1} E(\eta)K'(|\zeta-\eta|)d\eta = 2j\beta \int_{0}^{1} E(\eta)\left(\frac{K_0'}{2} + \Sigma K_n' \cos n\pi\zeta \cos n\pi\eta\right) d\eta \quad .$$

Nous pouvons donc écrire $K(\Gamma) = K(\zeta-\eta)$, à la condition de remplacer $K_0/2$ par K_0 et $K_n/2$ par K_n dans les formules donnant l'impédance de surface et le coefficient de transmission (voir Annexe 1).

Nous obtenons alors :

.d'une part $K_0 = 2\int_0^1 K(\Gamma)d\Gamma = 2\int_1^\infty (\frac{1}{u} - \frac{1}{u^3})\frac{1}{sh au} \cdot \left(\int_0^1 ch\, au\,(1-|\Gamma|)d\Gamma\right) du$

avec $a = \frac{d}{\ell}(1 + j\omega\tau)$.

Cette expression donne le résultat suivant :

$$\boxed{K_0 = \frac{4}{3}\,\frac{\ell}{d(1+j\omega\tau)}} \qquad (34)$$

.d'autre part $K_n = 2\int_0^1 K(\Gamma)\cos(n\pi\Gamma)\,d\Gamma$

d'où le résultat :

$$K_n = \frac{2}{n\pi}\left[\left(1 + (\frac{a}{n\pi})^2\right)\left(\frac{\pi}{2} - arctg\,\frac{a}{n\pi}\right) - \frac{a}{n\pi}\right] . \qquad (35)$$

2.5.2. CAS DE LA REFLEXION DIFFUSE

Dans ce cas, $p = 0$ et $K(\zeta,\eta)$ se réduit à :

$$K(\zeta,\eta) = \int_1^\infty \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u^3}\right)\left(\exp\left(-\frac{\alpha}{\ell} d|\eta-\zeta| u\right)\right) du$$

soit :

$$K(\Gamma) = \int_1^\infty \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u^3}\right)\left(\exp(-a\,\Gamma\,u)\right) du \qquad (36)$$

avec : $\Gamma = |\eta - \zeta|$, et $a = \frac{\alpha}{\ell} d = \frac{d}{\ell}(1 + j\omega\tau)$.

Nous avons toujours $K_0 = 2\int_0^1 K(\Gamma)d\Gamma$

et $K_n = 2\int_0^1 K(\Gamma)\cos(n\pi\Gamma)d\Gamma$.

L'intégration de l'expression (36), quoiqu'assez complexe, reste néanmoins possible. Le résultat de celle-ci nous amène à intégrer des expressions contenant la fonction exponentielle intégrale : $E_i(-z) = -\int_z^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$. La plupart des intégrales à calculer seront de la forme :

$$\int u^n E_i(-u) \cos \beta u \, du \quad .$$

Des intégrations par partie successives nous ramèneront à des résultats connus. Nous avons obtenu les résultats suivants (Annexe 2) :

$$\boxed{K_0 = E_i(-a)\left(\frac{a^2}{3} - 2\right) + \frac{e^{-a}}{3a}(a^2 - a - 4) + \frac{4}{3a}} \qquad (37)$$

et :

$$\boxed{K_n = 2\left(\frac{a^2}{(n\pi)^2} E_i(-a)(-1)^n + \frac{a}{(n\pi)^2}\left((-1)^n e^{-a} - 1\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{n\pi}\left(1 + \frac{a^2}{(n\pi)^2}\right)\left(\text{Arctg}\,\frac{n\pi}{a} + \frac{j}{2}\left(E_i(-a-jn\pi) - E_i(jn\pi-a)\right)\right)\right)} \qquad (38)$$

CHAPITRE 3

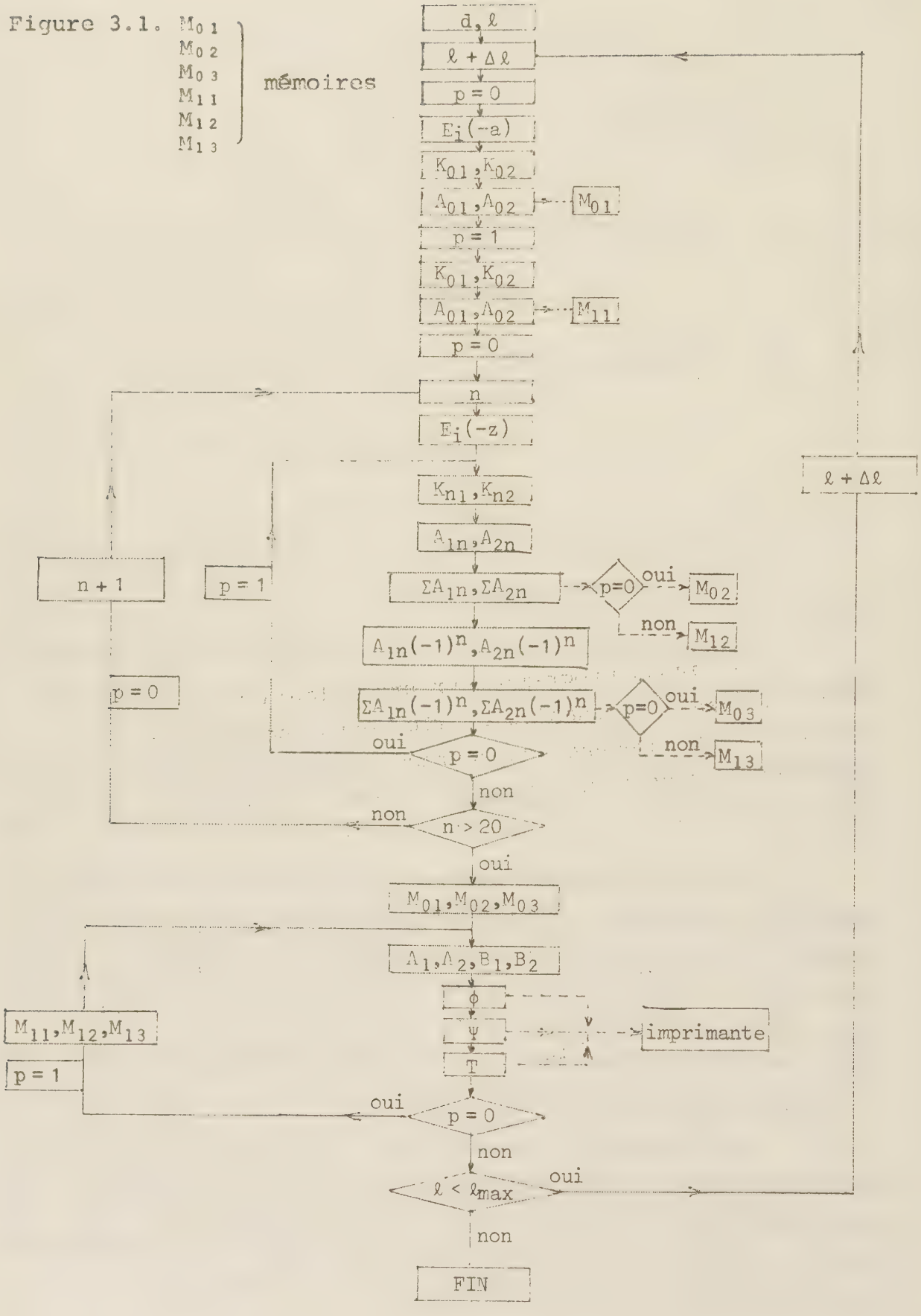
RESULTATS THEORIQUES

Nous avons programmé sur une calculatrice les résultats obtenus dans les chapitres précédents, pour déterminer les valeurs de l'impédance de surface et du coefficient de transmission à travers un film de Nickel, en fonction du l.p.m. avec pour paramètre l'épaisseur d, dans les deux cas : p = 0 et p = 1.

L'organigramme des fonctions réalisées est présenté figure 3.1 (page 20). La plus grosse partie des calculs est commune à la partie réelle de l'impédance de surface, la partie imaginaire et au coefficient de transmission. D'autre part, pour gagner du "temps-machine", les deux cas p = 0 et p = 1 sont traités simultanément. Pour chaque valeur du l.p.m., les six résultats sont donc imprimés.

La fonction à calculer est décomposée en une série de sous-fonctions dont les principales sont calculées dans des sous-programmes. Les variables étant la plupart du temps complexes, il est nécessaire de décomposer toutes les expressions en deux parties : partie réelle et partie imaginaire.

Figure 3.1.


M_{01}
M_{02}
M_{03}
M_{11}
M_{12}
M_{13}
mémoires
d, ℓ
ℓ + Δℓ
p = 0
$E_i(-a)$
K_{01}, K_{02}
A_{01}, A_{02}
M_{01}
p = 1
K_{01}, K_{02}
A_{01}, A_{02}
M_{11}
p = 0
n
$E_i(-z)$
K_{n1}, K_{n2}
A_{1n}, A_{2n}
$\Sigma A_{1n}, \Sigma A_{2n}$
p=0
oui
M_{02}
non
M_{12}
$A_{1n}(-1)^n, A_{2n}(-1)^n$
$\Sigma A_{1n}(-1)^n, \Sigma A_{2n}(-1)^n$
p=0
oui
M_{03}
non
M_{13}
p = 0
oui
non
n > 20
non
oui
M_{01}, M_{02}, M_{03}
A_1, A_2, B_1, B_2
ϕ
Ψ
T
imprimante
M_{11}, M_{12}, M_{13}
p = 1
oui
p = 0
non
ℓ < ℓmax
oui
non
FIN
n + 1
p = 1
ℓ + Δℓ

CHAPITRE 3

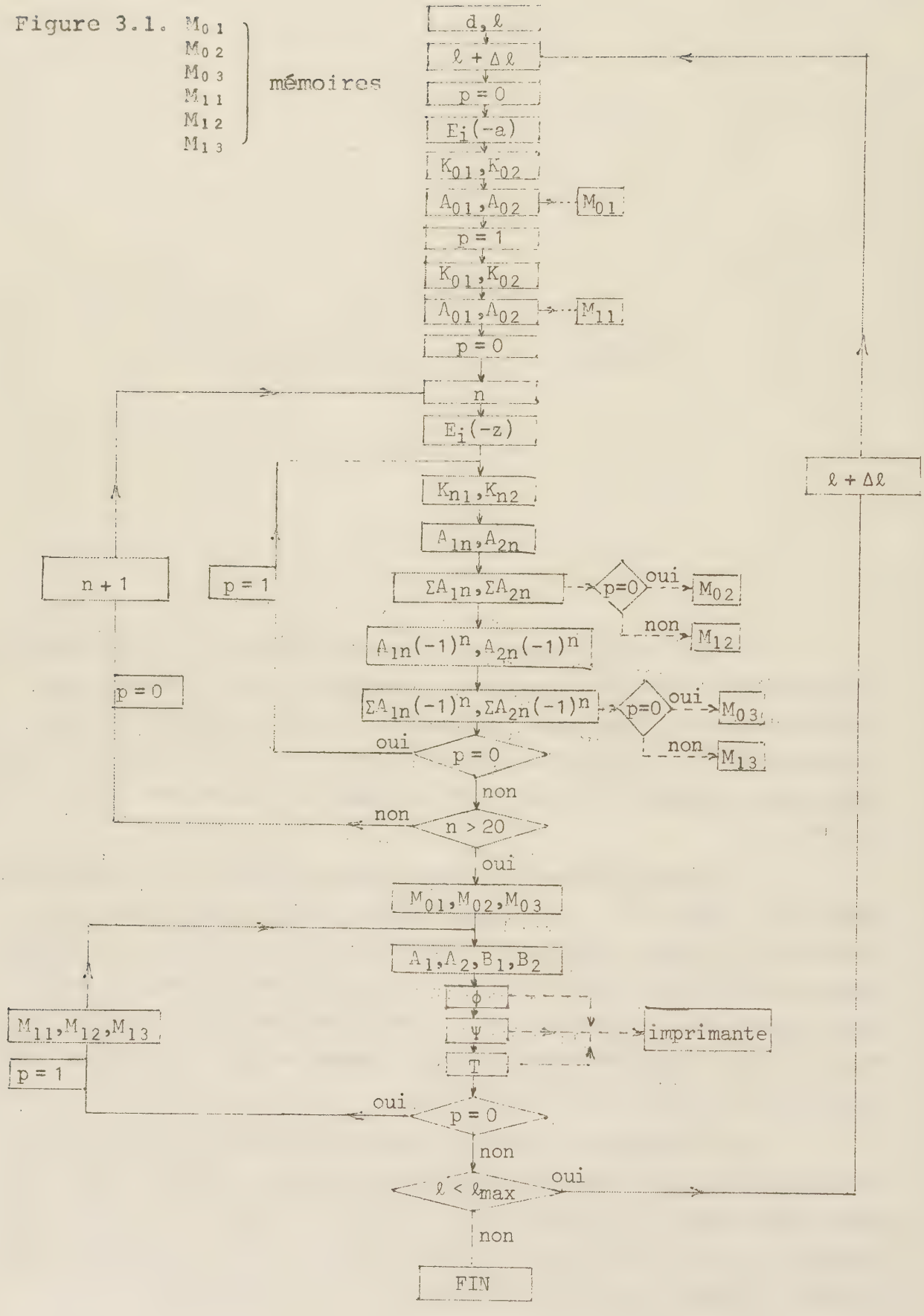
RESULTATS THEORIQUES

Nous avons programmé sur une calculatrice les résultats obtenus dans les chapitres précédents, pour déterminer les valeurs de l'impédance de surface et du coefficient de transmission à travers un film de Nickel, en fonction du l.p.m. avec pour paramètre l'épaisseur d, dans les deux cas : p = 0 et p = 1.

L'organigramme des fonctions réalisées est présenté figure 3.1 (page 20). La plus grosse partie des calculs est commune à la partie réelle de l'impédance de surface, la partie imaginaire et au coefficient de transmission. D'autre part, pour gagner du "temps-machine", les deux cas p = 0 et p = 1 sont traités simultanément. Pour chaque valeur du l.p.m., les six résultats sont donc imprimés.

La fonction à calculer est décomposée en une série de sous-fonctions dont les principales sont calculées dans des sous-programmes. Les variables étant la plupart du temps complexes, il est nécessaire de décomposer toutes les expressions en deux parties : partie réelle et partie imaginaire.

Figure 3.1.


M_{01}
M_{02}
M_{03}
M_{11}
M_{12}
M_{13}
mémoires
d, ℓ
ℓ + Δℓ
p = 0
$E_i(-a)$
K_{01}, K_{02}
A_{01}, A_{02}
M_{01}
p = 1
K_{01}, K_{02}
A_{01}, A_{02}
M_{11}
p = 0
n
$E_i(-z)$
K_{n1}, K_{n2}
A_{1n}, A_{2n}
$\Sigma A_{1n}, \Sigma A_{2n}$
p=0
oui
M_{02}
non
M_{12}
$A_{1n}(-1)^n, A_{2n}(-1)^n$
$\Sigma A_{1n}(-1)^n, \Sigma A_{2n}(-1)^n$
p=0
oui
M_{03}
non
M_{13}
p = 0
oui
non
n > 20
non
oui
M_{01}, M_{02}, M_{03}
A_1, A_2, B_1, B_2
ϕ
Ψ
T
imprimante
M_{11}, M_{12}, M_{13}
p = 1
oui
p = 0
non
ℓ < ℓmax
oui
non
FIN
n + 1
p = 1
ℓ + Δℓ

C'est ainsi que nous aurons :

$$K_0 = K_{01} + jK_{02}$$
$$K_n = K_{n1} + jK_{n2}$$
$$A = A_1 + jA_2$$
$$B = B_1 + jB_2 \quad .$$

Les relations donnant A_1, A_2, B_1, B_2, peuvent être décomposées comme suit :

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= A_{01} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n} \\ A_2 &= A_{02} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n} \\ B_1 &= A_{01} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n}(-1)^n \\ B_2 &= A_{02} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n}(-1)^n \end{aligned}\right\}$$

Les séries ont été arrêtées à $n = 21$, les résultats étant exacts à 10^{-6} près.

Nous avons alors :

$$Re(Z) = \phi(A_1, A_2, B_1, B_2)$$
$$Im(Z) = \Psi(A_1, A_2, B_1, B_2)$$
$$T = G(A_1, A_2, B_1, B_2) \quad .$$

D'autre part, la fonction exponentielle intégrale est calculée à partir de la relation :

$$E_i(-z) = C + \ell n(-z) - j\pi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n(-1)^n}{n \cdot n!} \quad .$$

La série a été arrêtée à $n = 41$, le résultat donnant les six premiers chiffres exacts.

Les courbes résultant de ces calculs sont données figures 3.2 à 3.10 (pages 24 et suivantes).

Nous donnons en outre, pour établir une comparaison, les valeurs obtenues en utilisant la théorie classique.

Les valeurs des différents paramètres du Nickel ont été choisies pour tracer ces courbes d'après les résultats obtenus par HIRSCHHORN [7] dont les échantillons de Nickel avaient été préparés sensiblement dans les mêmes conditions que les nôtres.

HIRSCHHORN avait déduit de ses mesures :

$\sigma_0 = 4{,}7.10^6$ S/m et $\ell_0 = 202$ Å à température ordinaire.

Nous verrons plus loin que ces deux valeurs devront être légèrement modifiées pour que nos résultats théoriques et expérimentaux s'accordent.

Ces modifications ne changeant rien à l'allure des courbes obtenues, nous pouvons néanmoins discuter les résultats théoriques obtenus.

D'autre part, ces calculs ont été effectués pour une fréquence $f = 24$ GHz de l'onde électromagnétique.

La longueur d'onde λ_0 de l'onde électromagnétique dans l'air libre est remplacée par λ_g : longueur d'onde guidée.

3.1. IMPEDANCE DE SURFACE

3.1.1. PARTIE IMAGINAIRE

REFLEXION ELASTIQUE

Les figures 3.2, 3.3, 3.4 (pages 24, 25, 26) nous montrent un premier résultat remarquable : pour une réflexion élastique des électrons, la partie imaginaire de l'impédance de surface reste pratiquement constante quel que soit le l.p.m. des électrons.

D'autre part, elle passe par un minimum en fonction de l'épaisseur d, ce minimum se situant (pour les paramètres du Nickel) vers d = 790 Å.

On peut en effet, dans le cas où d/δ_0 est petit, mettre la partie imaginaire sous la forme :

$$Im(Z_0) = \frac{\omega \ell_0}{\bar{v} \sigma_0 d} + \frac{\omega \mu_0 d}{3} \quad , \qquad (39)$$

relation obtenue en remarquant que, si d/δ_0 est assez faible, le coefficient βK_n reste négligeable devant $(n\pi)^2$ dans la relation (30), et que la relation (32) se réduit à :

$$Im(Z_0) = Im(A) \quad .$$

Nous voyons donc, dans la relation (39), que la partie imaginaire de l'impédance de surface est bien indépendante du l.p.m., σ_0 et ℓ_0 étant les valeurs respectives de la conductivité et le libre parcours moyen à température ambiante.

REFLEXION DIFFUSE

Dans le cas d'une réflexion diffuse des électrons, la partie imaginaire de l'impédance de surface reste du même ordre de grandeur que dans le cas de la réflexion élastique, mais présente les particularités suivantes :

FIGURE 3.2. Im(Z) = f(ℓ) pour d = 250 Å

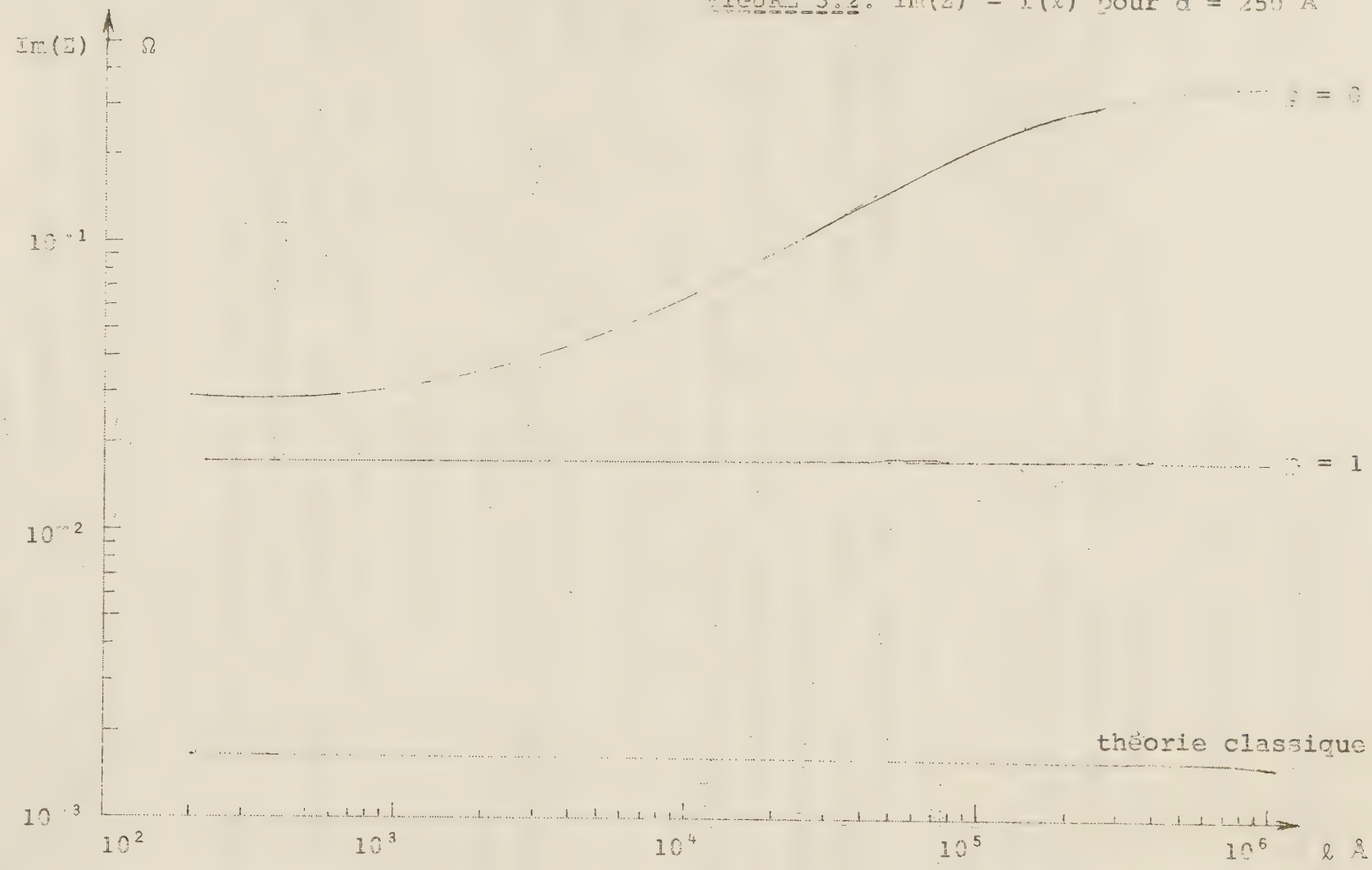


FIGURE 3.3. Im(Z) = f(ℓ) pour d = 1000 Å

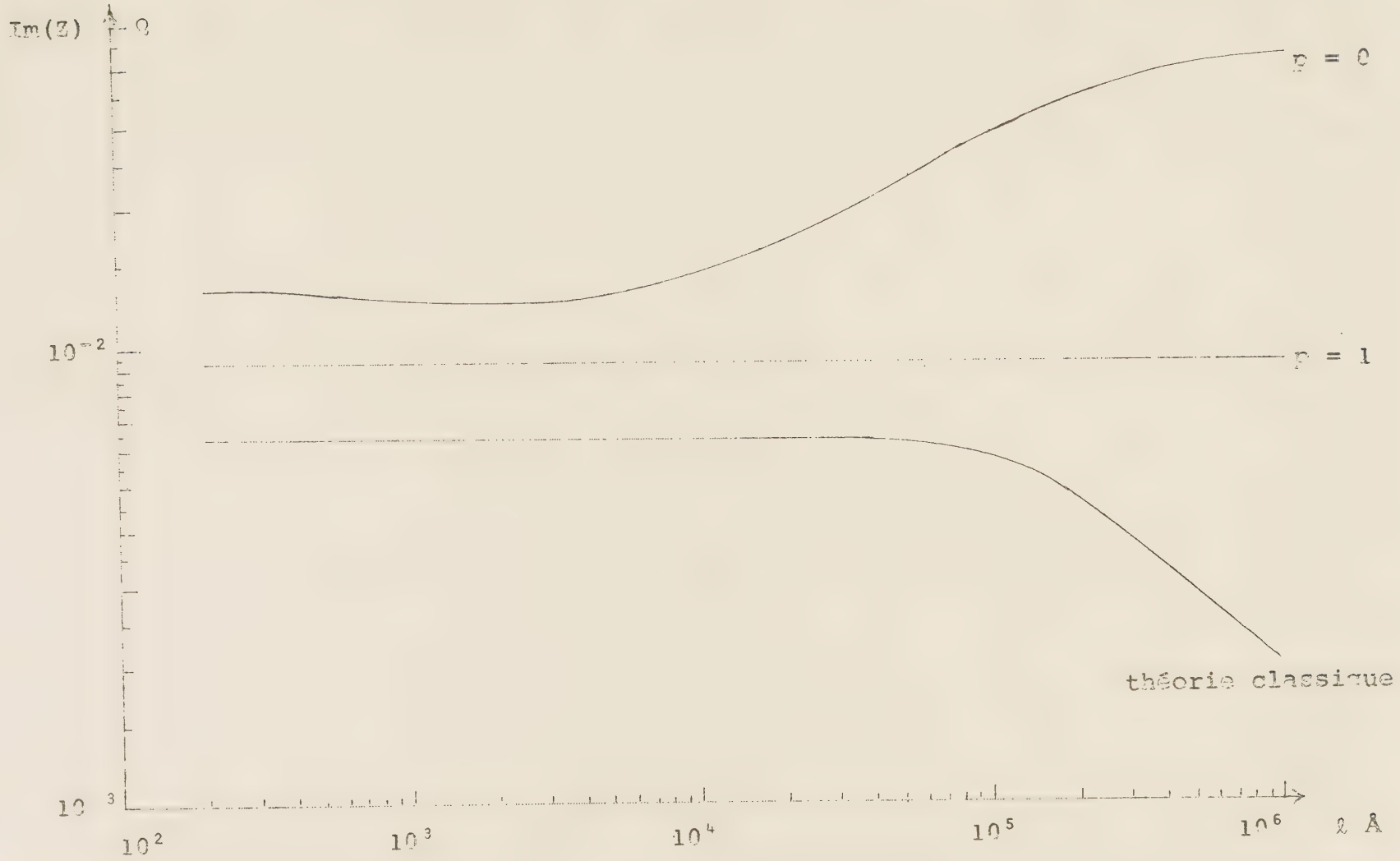
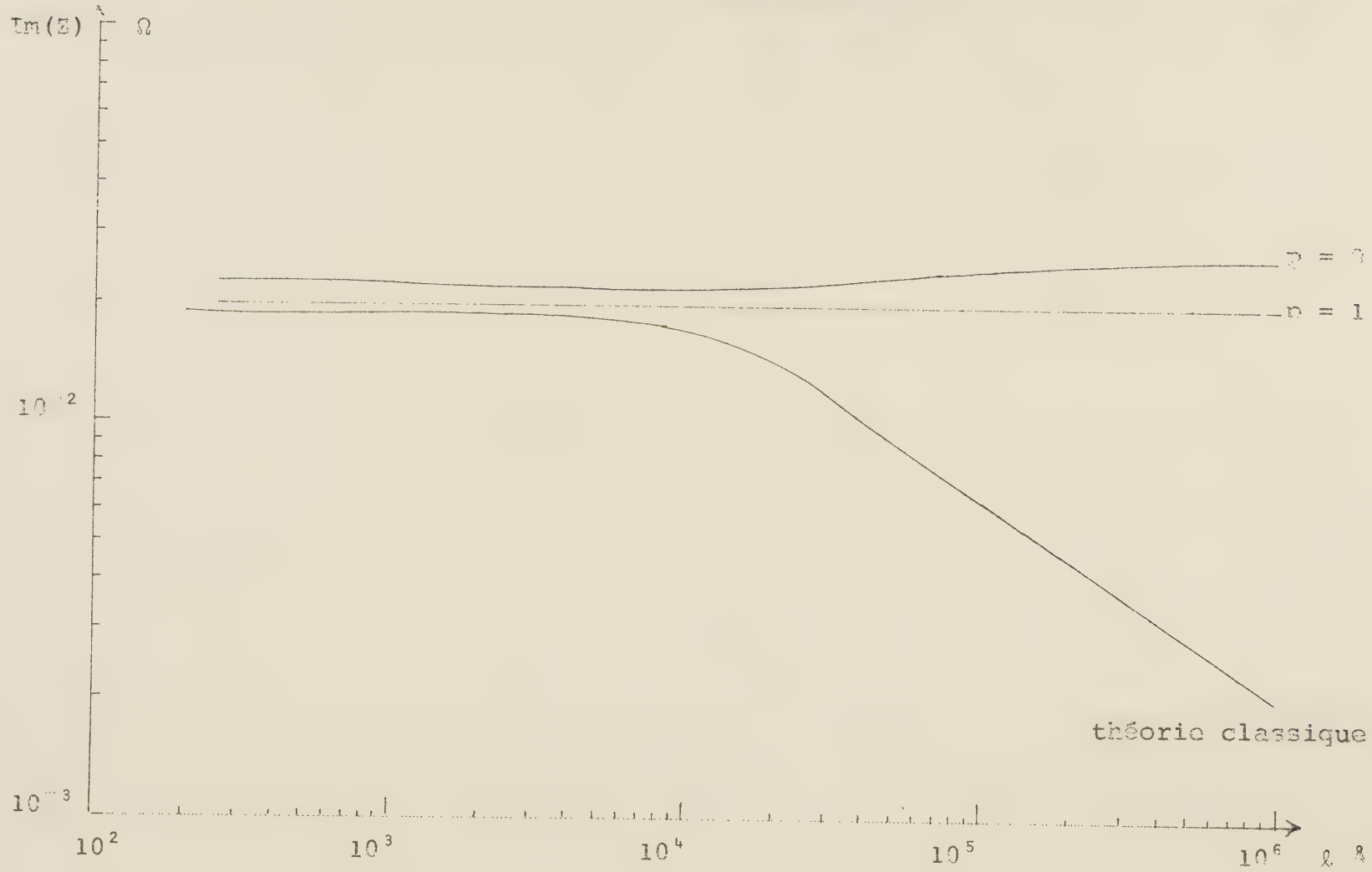


FIGURE 3.4. Im(Z) = f(ℓ) pour d = 3000 Å



Elle passe par un minimum pour $\ell \# 2d$, minimum assez flou, puis croît en tendant vers une limite lorsque : $\omega\tau \gg 1$. Cette limite de l'effet de peau extrêmement anormal peut se calculer en faisant les mêmes remarques que ci-dessus. On obtient alors :

$$\lim_{\ell \to \infty} \mathrm{Im}(Z_0) = \frac{2}{3} \frac{\pi \ell_0}{d^2 \sigma_0} \frac{1}{\left(C + \ell n \frac{\omega d}{\bar{v}}\right)^2 + \frac{\pi^2}{4}} \qquad (40)$$

dans laquelle $C \simeq 0{,}5772$ est la constante d'EULER.

Alors que, si $d/\ell \gg 1$, nous obtenons :

$$\mathrm{Im}(Z_0) = \frac{2 \omega \ell_0}{\bar{v} \sigma_0 d} + \frac{\omega \mu_0 d}{3} \quad . \qquad (41)$$

COMPARAISON AVEC LA THEORIE CLASSIQUE

La théorie classique nous montre que, lorsque d/ℓ est bien plus grand que 1, la partie imaginaire de l'impédance de surface tend vers $\omega\mu_0 d/3$. La théorie que nous venons d'exposer ajoute dans le cas où $p = 1$ un terme égal à : $\omega\ell_0/\bar{v}\sigma_0 d$ et, dans le cas où $p = 0$, elle ajoute un terme égal à $2\omega\ell_0/\bar{v}\sigma_0 d$. Lorsque $\ell \to \infty$, la théorie classique montre que la partie imaginaire de Z_0 est égale à $\omega\mu_0\delta/2$, c'est-à-dire qu'elle décroît comme $\sqrt{1/\ell}$, alors qu'ici, pour $p = 0$ et $p = 1$, la partie imaginaire de Z_0 tend vers une limite indépendante de ℓ .

3.1.2. PARTIE REELLE

Les figures 3.5, 3.6, 3.7 (pages 29, 30, 31) nous montrent les variations de la partie réelle de l'impédance de surface en fonction du l.p.m.

R E F L E X I O N E L A S T I Q U E

Nous pouvons noter un nouveau résultat remarquable : la partie réelle de Z_0, dans ce cas, est une fonction linéaire (en échelle Log-Log) du l.p.m. Un calcul rapide montre en effet (toujours dans le cas où $d/\delta_0 \ll 1$), que l'on peut écrire :

$$Re(Z_0) = \frac{1}{\sigma\, d} \quad .$$

R E F L E X I O N D I F F U S E

Nous pouvons écrire, lorsque $d/\ell \gg 1$, :

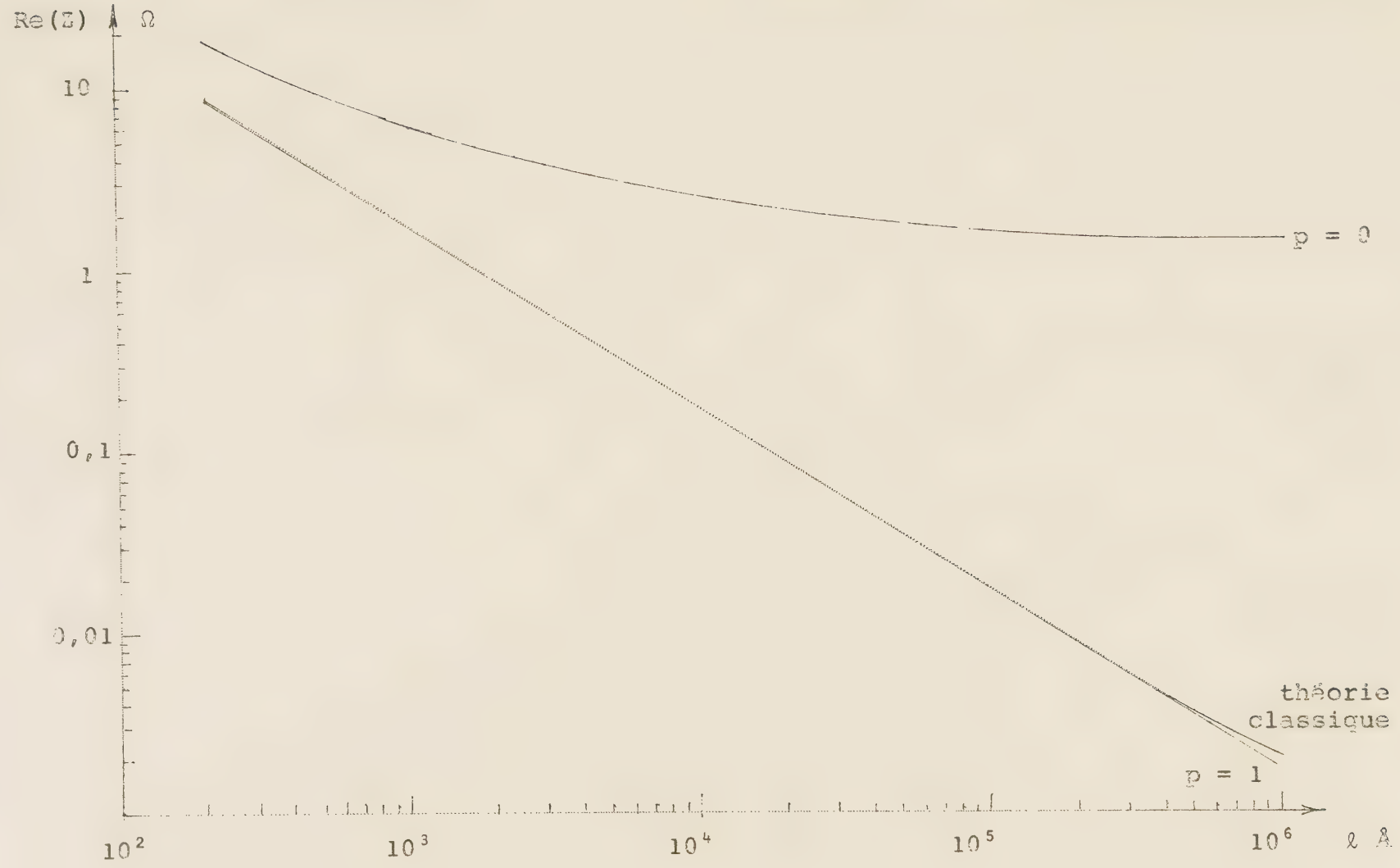
$$Re(Z_0) = \frac{2}{\sigma\, d}$$

soit une valeur deux fois supérieure à celle du cas précédent mais, lorsque le l.p.m. croît, la partie réelle de Z_0 tend vers une limite donnée par la formule approchée :

$$\lim_{\ell \to \infty} Re(Z_0) = \frac{4}{3} \frac{\ell_0}{d^2 \sigma_0} \frac{C + \ell n \left(\frac{\omega d}{v}\right)}{\left(C + \ell n \frac{\omega d}{v}\right)^2 + \frac{\pi^2}{4}} \quad . \qquad (42)$$

La partie réelle de l'impédance de surface dévie de la courbe $Re(Z_0) = 2/\sigma d$ pour tendre vers la limite donnée par la formule (42) lorsque ℓ devient de l'ordre de grandeur de d. Cet effet est dû aux dimensions de l'échantillon (il n'apparaît pas dans le cas où $p = 1$) .

FIGURE 3.5. Re(Z) = f(ℓ) pour d = 250 Å



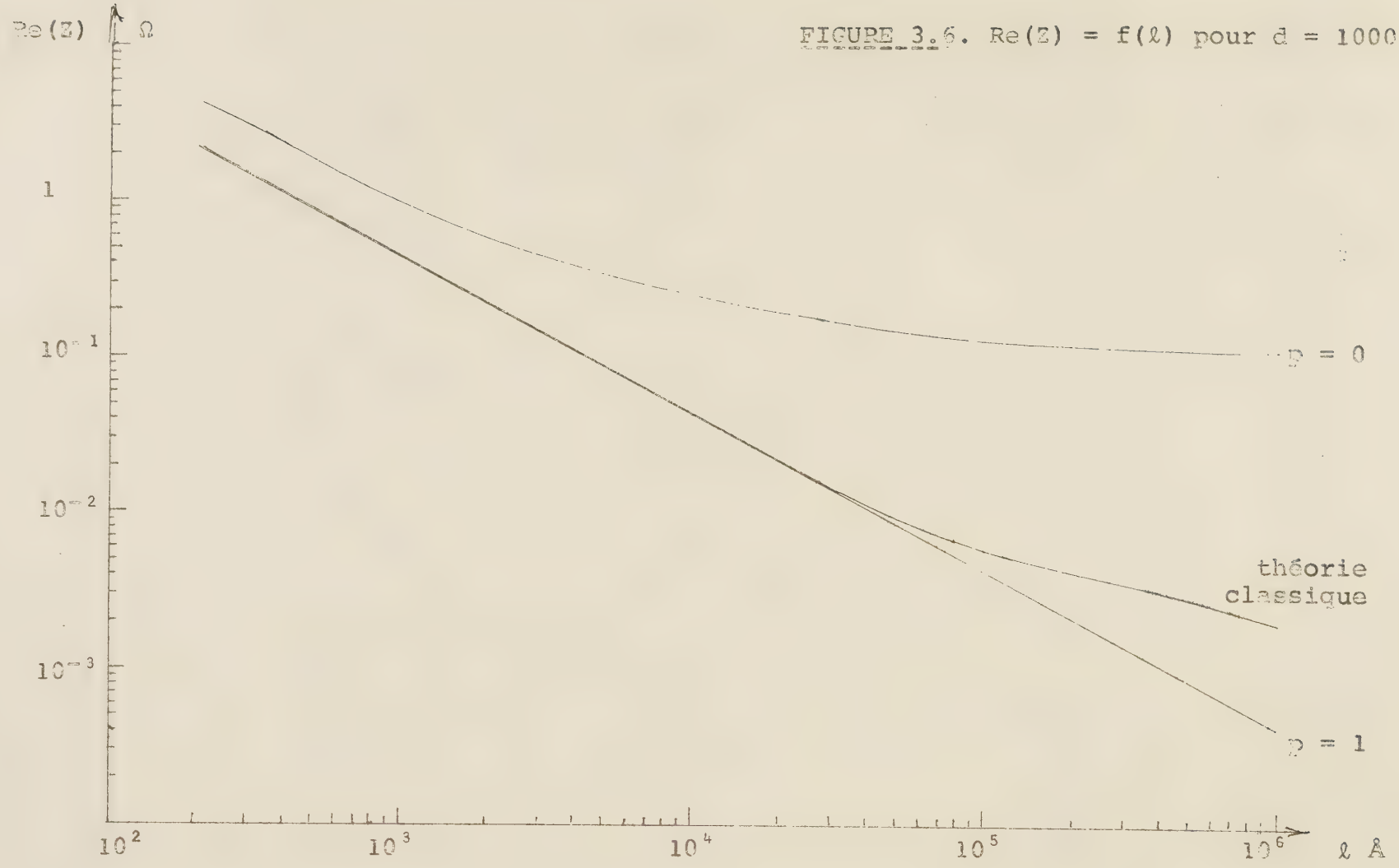


FIGURE 3.6. Re(Z) = f(ℓ) pour d = 1000 Å

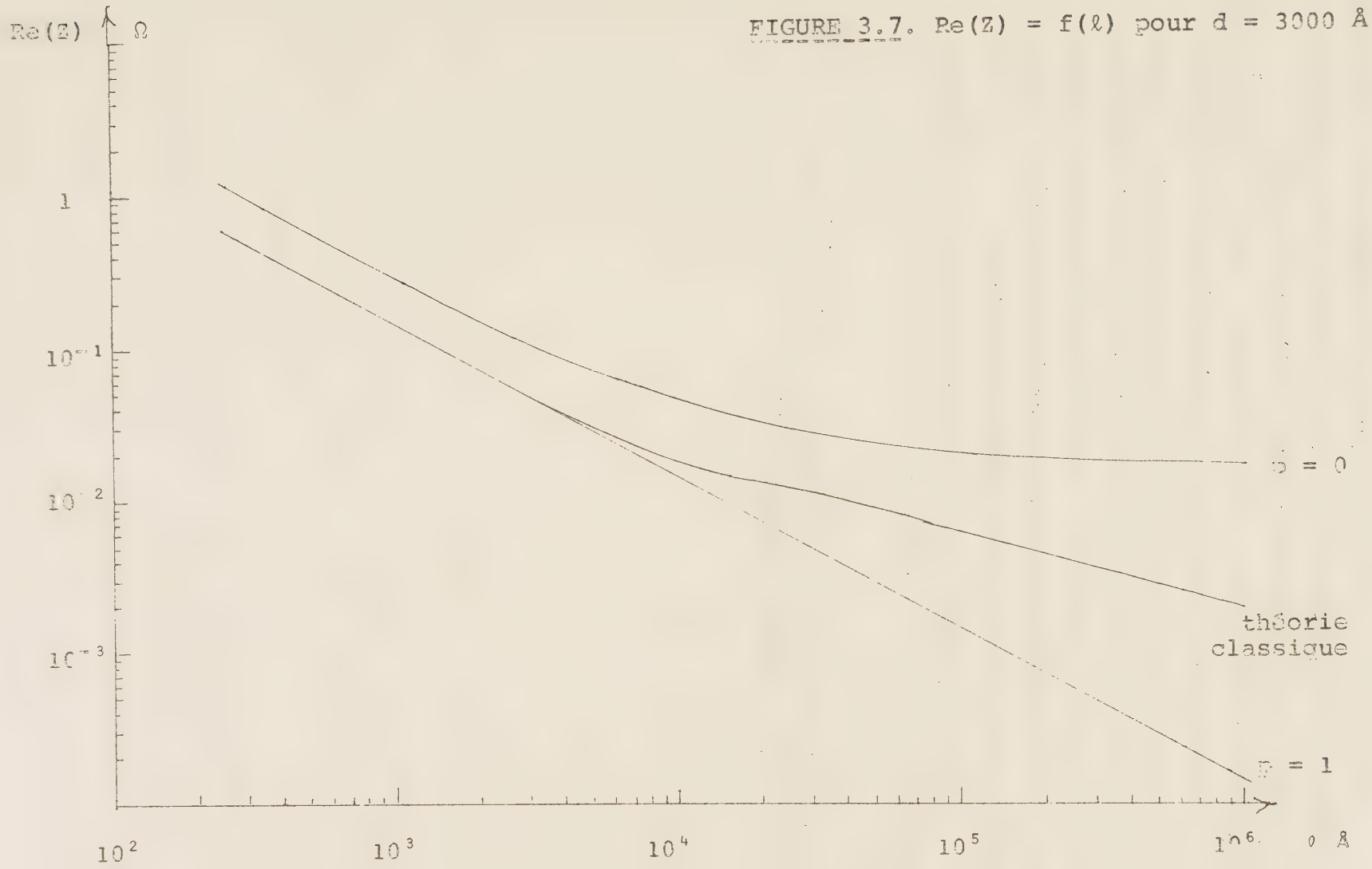


FIGURE 3.7. Re(Z) = f(ℓ) pour d = 3000 Å

COMPARAISON AVEC LA THEORIE CLASSIQUE

Dans le cas où $p = 1$, la partie réelle de l'impédance de surface est confondue avec celle donnée par la théorie classique tant que le rapport d/δ reste inférieur à 1 . Les deux courbes divergent alors, lorsque ℓ croît, la théorie classique donnant uen partie réelle tendant vers $\omega\mu_0\delta/2$.

Dans le cas où $p = 0$, la partie réelle de l'impédance de surface, lorsque $d/\ell \gg 1$ est le double de celle donnée par la théorie classique. Les courbes divergent lorsque ℓ croît. Les effets dimensionnels apparaîssent alors, puis l'effet de peau anormal et extrêmement anormal.

Nous pouvons résumer les propriétés de l'impédance de surface dans les cas limites $d/\ell \gg 1$ et $\omega\tau \gg 1$ $(\ell \to \infty)$.

Rappelons que ces résultats ne sont valables que si le rapport d/δ_0 reste bien plus petit que 1.

		p = 0	p = 1	théorie classique
$Re(Z_0)$	$\frac{d}{\ell} \gg 1$	$\frac{2}{\sigma d}$	$\frac{1}{\sigma d}$	$\frac{1}{\sigma d}$
	$\omega\tau \gg 1$	$\frac{4}{3} \frac{\ell_0}{d^2\sigma_0} \cdot \frac{C + \ell n(\frac{\omega d}{v})}{(C + \ell n \frac{\omega d}{v})^2 + \frac{\pi^2}{4}}$	$\frac{1}{\sigma d}$	$\frac{\omega \mu_0 \delta}{2}$
$Im(Z_0)$	$\frac{d}{\ell} \gg 1$	$\frac{2\omega\ell_0}{v\sigma_0 d} + \frac{\omega\mu_0 d}{3}$	$\frac{\omega \ell_0}{v\sigma_0 d} + \frac{\omega\mu_0 d}{3}$	$\frac{\omega \mu_0 d}{3}$
	$\omega\tau \gg 1$	$\frac{2}{3} \frac{\pi \ell_0}{d^2\sigma_0} \cdot \frac{1}{(C + \ell n \frac{\omega d}{v})^2 + \frac{\pi^2}{4}}$	$\frac{\omega \ell_0}{v\sigma_0 d} + \frac{\omega\mu_0 d}{3}$	$\frac{\omega \mu_0 \delta}{2}$

3.2. COEFFICIENT DE TRANSMISSION

Les courbes donnant le coefficient de transmission (figures 3.8, 3.9, 3.10, pages 34, 35, 36) sont intéressantes dans la mesure où elles permettent une interprétation plus aisée des phénomènes étudiés.

Nous pourrons diviser cette étude en quatre parties correspondant à des zones du l.p.m., telles que :

$$\frac{d}{\ell} \gg 1 \; ; \; d < \ell < \delta \; ; \; \delta < \ell < \frac{v}{\omega} \text{ et } \ell > \frac{v}{\omega} \; .$$

FIGURE 3.8. Atténuation en fonction de ℓ pour d = 250 Å

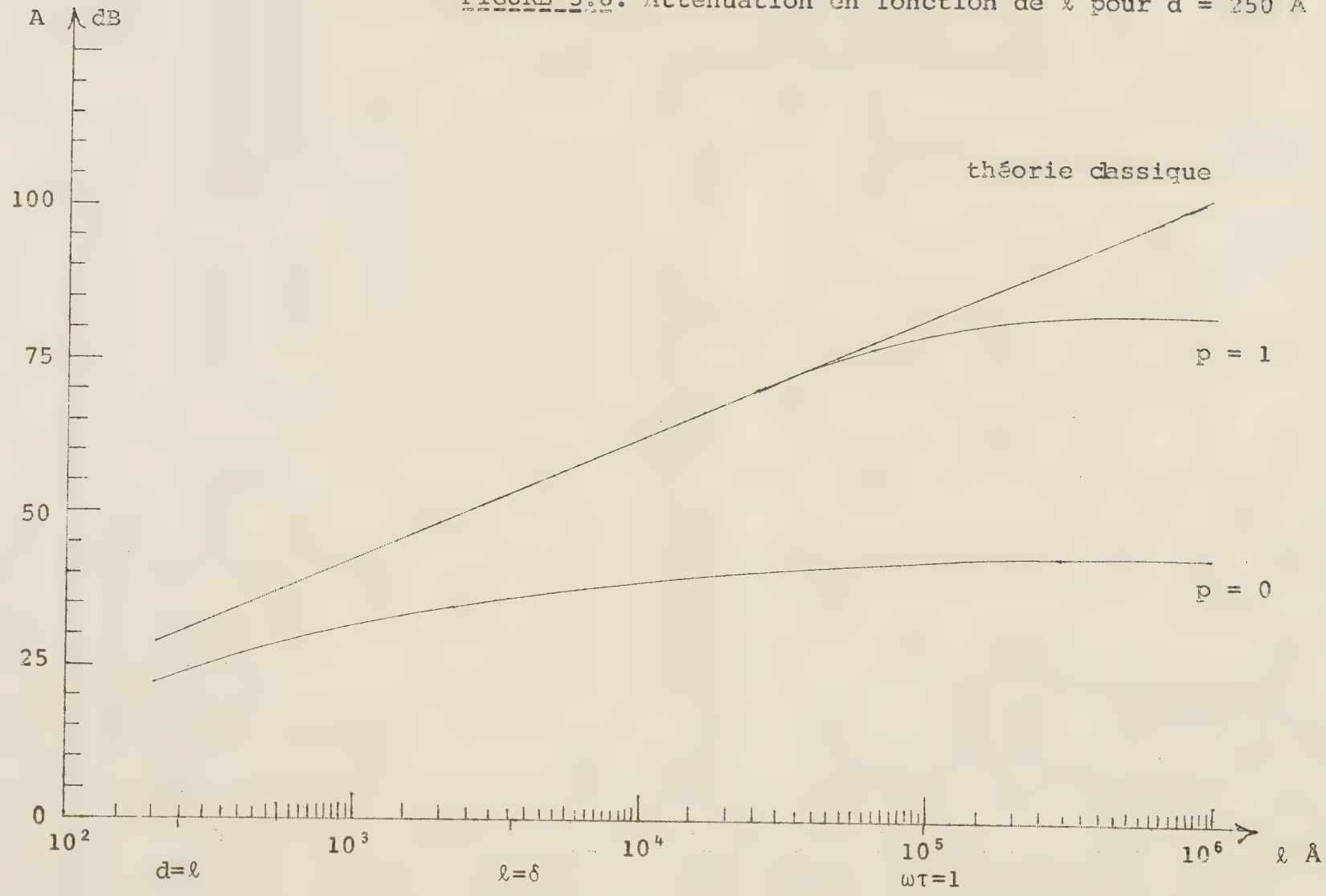


FIGURE 3.9. Atténuation en fonction de ℓ pour d = 1000 Å

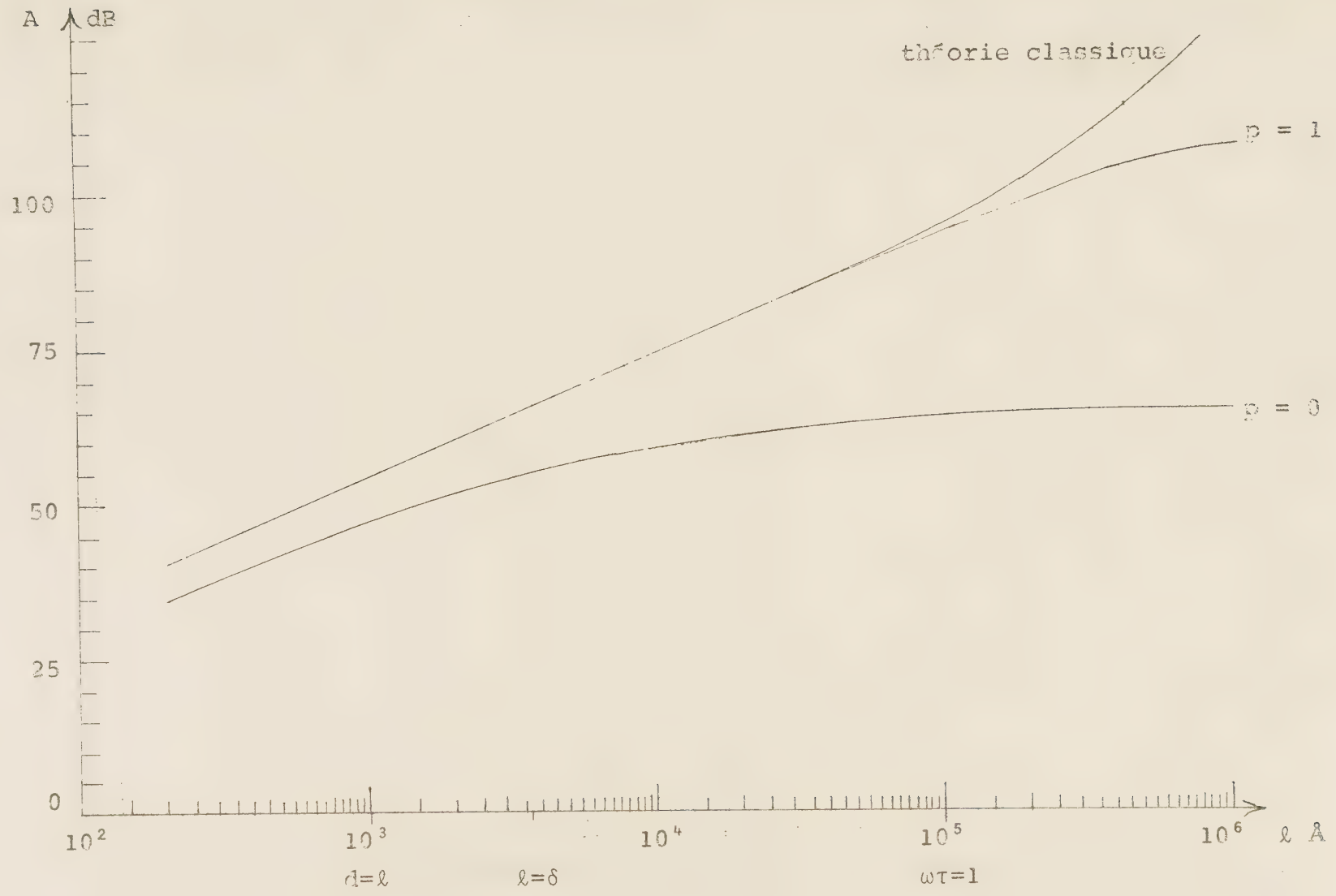
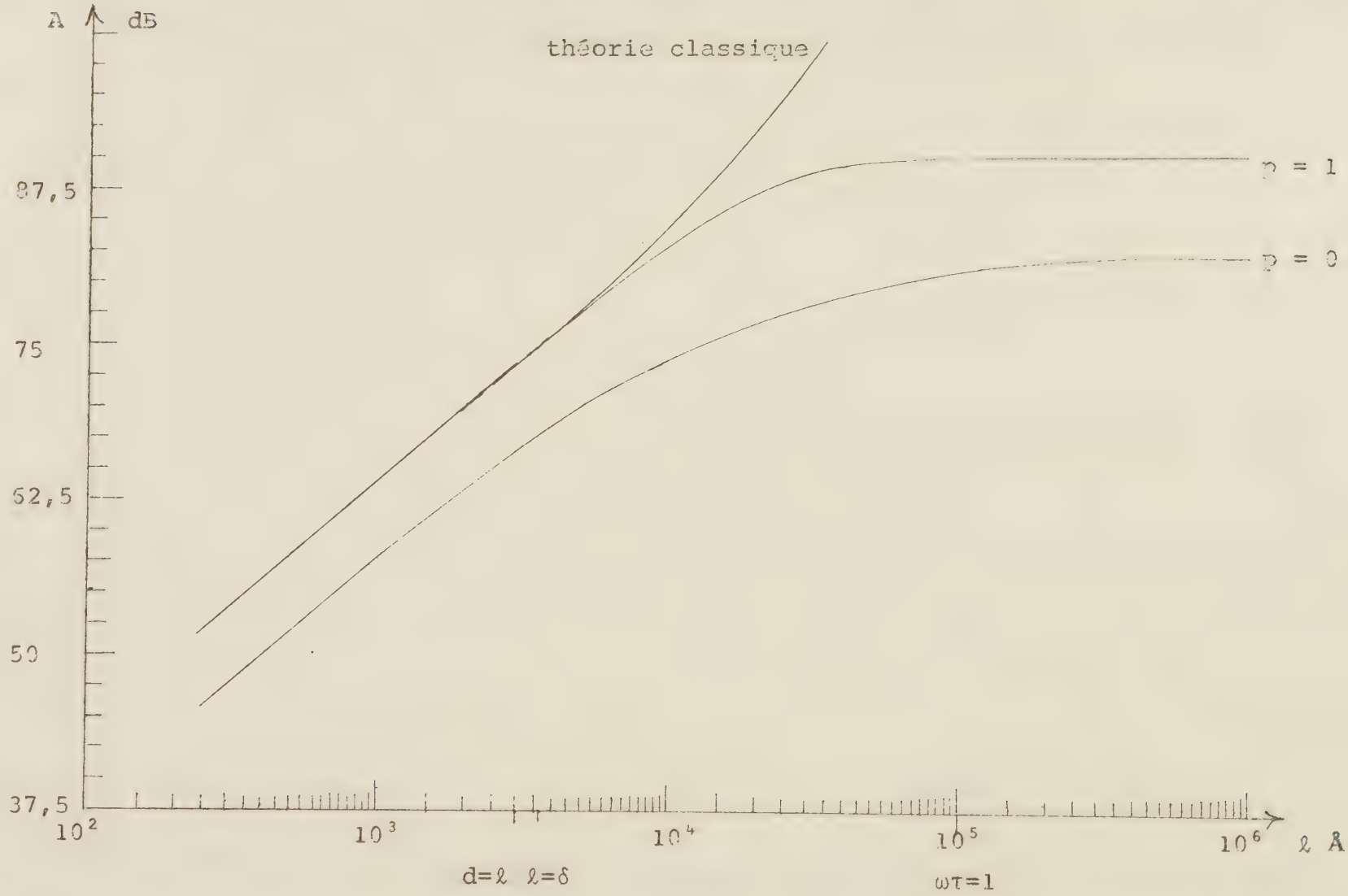


FIGURE 3.10. Atténuation en fonction de ℓ pour d = 3000 Å



PREMIERE ZONE $d/\ell \gg 1$

Lorsque le rapport d/ℓ est bien supérieur à l'unité, nous nous apercevons de deux faits importants

- lorsque $p = 1$, nous obtenons le même résultat qu'avec la théorie classique ;
- lorsque $p = 0$, il existe une différence de six décibels avec les résultats de la théorie classique.

Ceci revient à dire que le champ transmis est deux fois plus fort dans le cas d'une réflexion diffuse des électrons. Ceci est toujours vérifié tant que l'épaisseur de l'échantillon reste bien inférieure à l'épaisseur de peau classique à température ambiante.

DEUXIEME ZONE $d < \ell < \delta$

Des effets dimensionnels apparaissent dans le cas d'une réflexion diffuse des électrons, dès que $\ell \geq d$. Ces effets limitent l'atténuation.

Dans le cas où $p = 1$, il n'existe aucun effet dimensionnel et nous obtenons exactement les mêmes résultats qu'avec la théorie classique.

TROISIEME ZONE $\delta < \ell < \bar{v}/\omega$

Nous sommes alors dans la zone où nous devrions parvenir à l'effet de peau anormal tel qu'il est défini généralement (PIPPARD [8]).

En fait, nous constatons que cet effet n'existe que dans la mesure où l'épaisseur de l'échantillon est elle-même de l'ordre de grandeur ou supérieure à l'épaisseur de peau classique.

Ce résultat nous paraît assez logique car si l'épaisseur de l'échantillon est inférieure à l'épaisseur de peau, le l.p.m. est d'abord limité par les dimensions.

Dans le cas où d est suffisant, l'effet de peau anormal apparaît dans les deux cas : p = 0 et p = 1.

QUATRIEME ZONE $\omega\tau > 1$

Quelle que soit l'épaisseur de l'échantillon et quelle que soit la nature de la réflexion des électrons sur les surfaces, l'atténuation tend vers une limite indépendante du l.p.m. Nous pouvons alors considérer que nous sommes dans la zone d'effet de peau extrêmement anormal.

CONCLUSIONS

De cette étude, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

. Les effets dimensionnels n'existent que dans le cas où la réflexion des électrons sur les surfaces est diffuse.
Ils se produisent dès que ℓ est supérieur à d. Lorsque ℓ est inférieur à d, le champ transmis est deux fois supérieur (pour p = 0) au champ prévu par la théorie classique.

. L'effet de peau anormal se produit quelle que soit la nature de la réflexion des électrons, mais n'existe que dans la mesure où l'épaisseur de l'échantillon est comparable à l'épaisseur de peau classique.

. L'effet de peau extrêmement anormal existe dans tous les cas dès que le produit $\omega\tau$ est supérieur à l'unité.

ANNEXE 1

RESOLUTION DES EQUATIONS DE MAXWELL

Nous avons obtenu l'équation réduite :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \zeta^2} = j\beta \int_0^1 K(\zeta,\eta)\, E(\eta)\, d\eta \quad . \qquad (1')$$

Nous avons posé :

$$E(\zeta) = \frac{E_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cos(n\pi\zeta) \qquad (2')$$

$$K(\zeta,\eta) = \frac{K_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi\Gamma) \qquad \text{avec } \Gamma = \zeta-\eta. \qquad (3')$$

Puisque la fonction $E(\zeta)$ est paire, sa dérivée seconde doit également être paire. Nous avons donc :

$$\int_0^1 E(\eta)\left(\frac{K_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos n\pi(\zeta-\eta)\right)d\eta \equiv \int_0^1 E(\eta)\left(\frac{K_0}{2} + K_n \cos n\pi(-\zeta-\eta)\right)d\eta .$$

Nous pouvons donc écrire :

$$\frac{d^2E(\zeta)}{d\zeta^2} = j\beta\int_0^1 \left(\frac{E_0}{2} + \sum E_n \cos n\pi\eta\right)\left(\frac{K_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos n\pi\zeta \cdot \cos n\pi\eta\right)d\eta . \qquad (4')$$

L'équation (2') se réduit à :

$$\frac{d^2E(\zeta)}{d\zeta^2} = j\beta\left(\frac{E_0K_0}{4} + \frac{1}{2}\sum E_nK_n \cos n\pi\zeta \right) \quad . \quad (5')$$

Rappelons que : $\frac{\partial E(\zeta)}{\partial \zeta} = cH(\zeta)$ avec $c = -j\omega\mu d$

$\left.\frac{\partial E(\zeta)}{\partial \zeta}\right|_{\zeta = 0} = cH(0)$ et : $\left.\frac{\partial E(\zeta)}{\partial \zeta}\right|_{\zeta = 1} = cH(1)$.

En dérivant deux fois l'expression (2'), en tenant compte des discontinuités de $\partial E/\partial\zeta$ sur les parois du film, nous obtenons :

$$\frac{\partial^2E(\zeta)}{\partial\zeta^2} = cH(1) - cH(0) \sum\left((n\pi)^2E_n + 2cH(0) - 2cH(1)(-1)^n \right)\cos n\pi\zeta \quad . \quad (6')$$

En identifiant les expressions (5') et (6'), nous pouvons tirer :

$$\frac{E_0}{2} = c\,\frac{H(1) - H(0)}{j\beta\frac{K_0}{2}}$$

et : $$E_n = -2c\,\frac{H(0) - H(1)(-1)^n}{(n\pi)^2 + j\beta\frac{K_n}{2}} \quad .$$

A N N E X E 2

CALCUL DES COEFFICIENTS K_0 ET K_n DANS LE CAS OÙ $p = 0$

C A L C U L D E K_0

Rappelons la valeur de $K(\Gamma)$ obtenue selon l'expression (36) :

$$K(\Gamma) = \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u^3} \right) \left\{ \exp(-a\Gamma u) \right\} du \qquad (1")$$

et : $$K_0 = 2 \int_0^1 K(\Gamma)\, d\Gamma \quad . \qquad (2")$$

L'intégrale (1") donne le résultat :

$$K(\Gamma) = E_i(-a\Gamma) \left(\frac{a^2\Gamma^2}{2} - 1 \right) - e^{-a\Gamma} \cdot \left(\frac{1 - a\Gamma}{2} \right)$$

$E_i(-z)$ étant la fonction exponentielle intégrale.

En posant $a\Gamma = z$, nous obtenons :

$$K_0 = \frac{2}{a} \int_0^a \left[E_i(-z) \left(\frac{z^2}{2} - 1 \right) - e^{-z} \left(\frac{1 - z}{2} \right) \right] dz \quad ; \text{ ce qui donne :}$$

$$\boxed{K_0 = E_i(-a) \left(\frac{a^2}{3} - 2 \right) + \frac{e^{-a}}{3a} (a^2 - a - 1) + \frac{4}{3a}}$$

C A L C U L D E K_n

Nous devons résoudre l'intégrale :

$$K_n = 2 \int_0^1 \int_1^\infty \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u^3}\right) \exp(-au\Gamma) \cos(n\pi\Gamma)\, du\, d\Gamma .$$

Soit : $K_n = \frac{2}{a} \int_0^a \left[E_i(-u)\left(\frac{u^2}{2} - 1\right) - e^{-u}\left(\frac{1-u}{2}\right)\right] \cos\beta u\, du$, avec $\beta = \frac{n\pi}{a}$.

Des intégrations par partie nous donnent :

$$\frac{1}{2}\int_0^a E_i(-u)u^2\cos\beta u\, du = \frac{1}{2\beta}\left[-\int_0^a e^{-u}.u.\sin\beta u.du - \right.$$

$$\left. -\frac{2}{\beta}\left\{\int_0^a e^{-u}\cos\beta u\, du - \left[E_i(-u)\, u\cos\beta u\right]_0^a + \int_0^a E_i(-u)\cos\beta u\, du\right\}\right]$$

et :

$$\int_0^a E_i(-u)\cos\beta u\, du = -\int_0^a \frac{e^{-u}}{u\beta}\sin\beta u\, du \quad .$$

Nous avons ainsi ramené toutes les intégrales à des intégrales dont la valeur est donnée par GRADSTEYN et RYZHIK [9]. Nous obtenons alors :

$$\frac{aK_n}{2} = \frac{a}{\beta^2} E_i(-a)(-1)^n + \left(1 + \frac{1}{\beta^2}\right)\frac{1}{\beta}\int_0^a e^{-u}\sin\beta u\frac{du}{u} - \frac{1}{2\beta}\frac{e^{-a}}{1+\beta^2}\left(\beta a + \frac{2\beta}{1+\beta^2}\right)(-1)^n +$$

$$+\frac{1}{2}\left[\frac{e^{-a}}{1+\beta^2}\left((-a - \frac{1-\beta^2}{1+\beta^2})(-1)^n\right)\right] + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\beta^2}\right)\left(-\frac{1}{1+\beta^2}\right) - \frac{1}{2\beta}\left(\frac{1}{1+\beta^2}\right)\left(\frac{2\beta}{1+\beta^2}\right) + \frac{1}{2}\frac{1-\beta^2}{(1+\beta)^2} .$$

Cette expression se simplifie considérablement pour donner :

$$\frac{aK_n}{2} = \frac{a}{\beta^2} E_i(-a)(-1)^n + \frac{1}{\beta^2}\left[(-1)^n e^{-a} - 1\right] + \left(1 + \frac{1}{\beta^2}\right)\frac{1}{\beta}\int_0^a e^{-u}\sin\beta u\frac{du}{u}$$ d'où l'on tire :

$$\frac{aK_n}{2} = \frac{a}{\beta^2} E_i(-a)(-1)^n + \frac{1}{\beta^2}\left[(-1)^n e^{-a} - 1\right] + \left(1 + \frac{1}{\beta^2}\right)\frac{1}{\beta}\left[\operatorname{arctg}\beta - \frac{j}{2}\left[\Gamma(0, a+jn\pi) - \Gamma(0, a-jn\pi)\right]\right]$$

d'où le résultat final :

$$K_n = 2\left[\frac{a^2}{(n\pi)^2} E_i(-a)(-1)^n + \frac{a}{(n\pi)^2}\left[(-1)^n e^{-a} - 1\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{n\pi}\left(1 + \frac{a^2}{(n\pi)^2}\right)\left[\operatorname{arctg}\frac{n\pi}{a} + \frac{j}{2}\left(E_i(-a - jn\pi) - E_i(jn\pi - a)\right)\right]\right] .$$

SECONDE PARTIE

ETUDE EXPERIMENTALE

CHAPITRE 4

DETERMINATION DU LIBRE PARCOURS MOYEN

4.1. METHODE UTILISEE

Les résultats théoriques nous ont montré que si l'on prend comme référence la transmission obtenue à température ambiante, toutes les courbes de transmission en fonction du libre parcours moyen sont confondues, quelle que soit l'épaisseur du film, tant que le rapport ℓ/d est inférieur à l'unité puis divergent lorsque ℓ devient de l'ordre de grandeur de d (voir figure ci-contre). Ce résultat est vérifié quelle que soit la conductivité du matériau utilisé (à température ambiante).

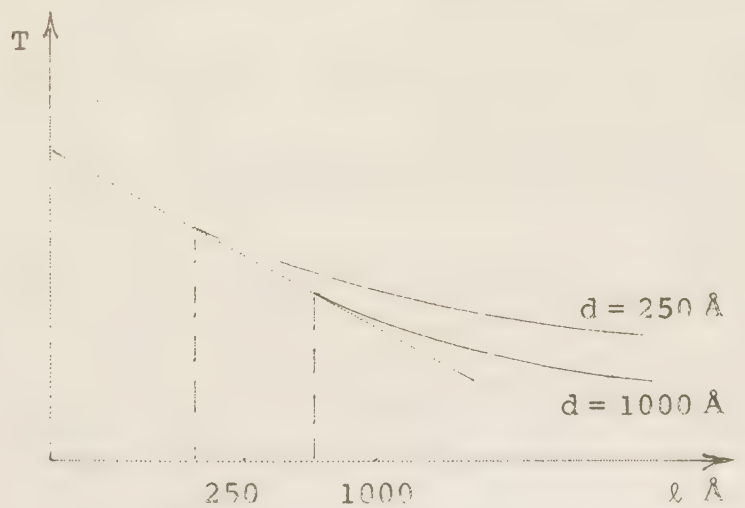


FIGURE 4.1

Si, dans la gamme de température étudiée, le libre parcours moyen passe par une valeur égale à celle de l'épaisseur, il est donc possible de connaître la valeur du l.p.m. à une température précise.

En fait, nous agirons un peu différemment : puisque les courbes de transmission relative ne dépendent que du l.p.m. à température ambiante ℓ_0, il est possible d'ajuster ℓ_0 de telle manière que les écarts de transmission relative concordent avec ceux mesurés expérimentalement.

Lorsque ce premier travail est réalisé, il suffit d'ajuster la valeur de la conductivité σ_0, pour obtenir la valeur de la transmission absolue à température ambiante pour une épaisseur donnée.

Une première vérification est possible à ce niveau : les valeurs théoriques de la transmission obtenues en utilisant les valeurs de σ_0 et de ℓ_0 déterminées plus haut doivent concorder avec les résultats pratiques pour toutes les épaisseurs de film utilisées. Les courbes de transmission théoriques en fonction du l.p.m. étant maintenant définitives, une simple comparaison avec les courbes expérimentales de transmission en fonction de la température permettent de déterminer le l.p.m. en fonction de la température.

CHAPITRE 5

MONTAGE EXPERIMENTAL

5.1. ECHANTILLONS

Nous avons préparé les échantillons de Nickel par évaporation sous vide dans des groupes à ultra-vide du C.N.R.S. à Grenoble.

Le Nickel est évaporé sur des substrats de Pyrex cylindriques de quatre millimètres d'épaisseur (épaisseur minimale pour laquelle on peut obtenir des faces parallèles planes à mieux que $\lambda/10$).

Les substrats sont portés à une température d'environ 250°C.

Nous avons utilisé une vitesse d'évaporation de l'ordre de 20 Å par minute.

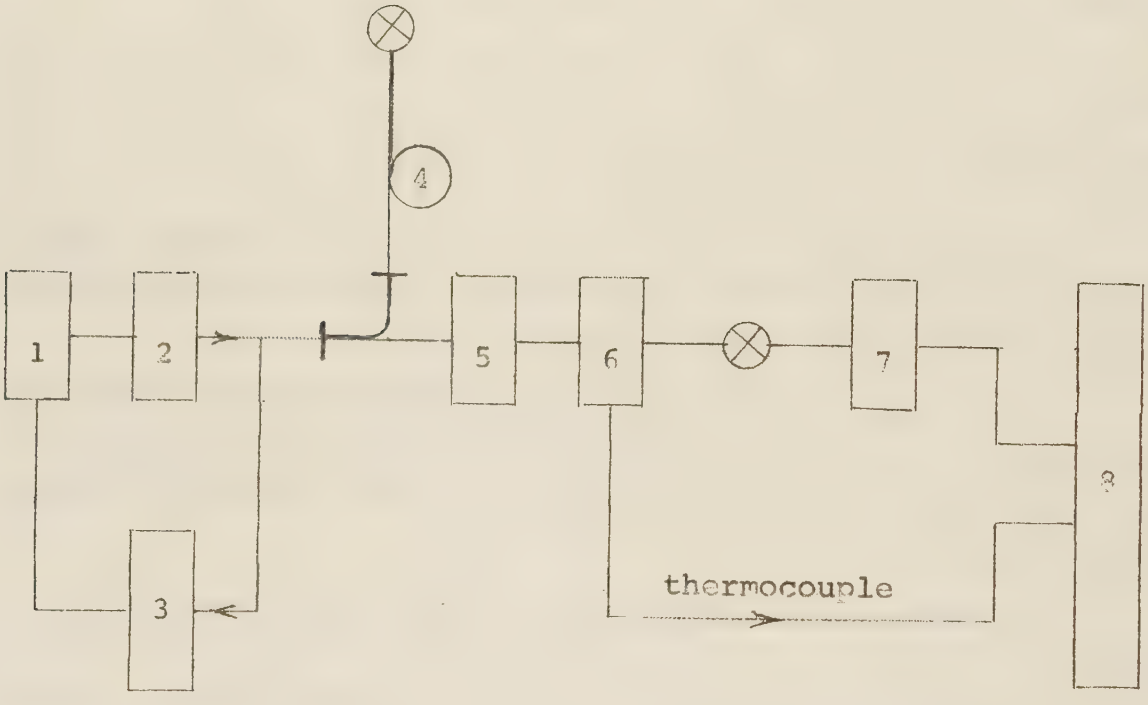
Lors de l'évaporation, le vide étant d'environ 10^{-6} millimètre de mercure.

Nous avons réalisé ainsi une quarantaine d'échantillons de différentes épaisseurs, chaque épaisseur étant en double exemplaire (évaporation simultanée).

Les échantillons ne présentant pas un état de surface acceptable (surface plus ou moins trouée) ont été rejetés. L'épaisseur des films a été mesurée par la méthode du talystep (le talystep utilisé donnait la valeur de l'épaisseur à ± 15 Å près).

5.2. MONTAGE EXPERIMENTAL

Le montage expérimental utilisé est représenté ci-dessous :



1. klystron
2. isolateur
3. stabilisation de fréquence
4. ondemètre à absorption
5. atténuateur de précision
6. cellule porte-échantillon et système de refroidissement
7. amplificateur continu ou détecteur synchrone
8. enregistreur X-Y

FIGURE 5.1. Montage expérimental

5.2.1. SOURCE HYPERFREQUENCE

La source hyperfréquence stabilisée est constituée par un klystron travaillant autour de 24 GHz, dont la fréquence est stabilisée par l'intermédiaire de sa tension réflecteur, régulée par un synchroniseur X.K.G (Rhode et Schwarz).

L'ensemble Rhode et Schwarz permet d'obtenir une fréquence stable à 10^{-5}. Il permet en outre la connaissance de la fréquence à ± 100 kHz.

Un générateur d'harmoniques faisant partie de cet ensemble, un ondemètre à absorption permet de lever le doute sur le rang de l'harmonique utilisé.

5.2.2. METHODE DE MESURE ET DETECTION

Les mesures sont effectuées à l'aide d'un atténuateur de précision, l'incertitude sur l'atténuation étant au maximum de 0,2 dB sur toute la gamme (0 - 50 dB), cette incertitude étant très réduite (environ 0,02 dB) en début de gamme (0 - 6 dB). Pour cette raison, les mesures sont effectuées en deux temps :

1. mesure de la transmission absolue, à température ordinaire, en comparant à la cellule vide et en maintenant un niveau constant en sortie ;
2. mesure de la transmission relative par rapport à la transmission à température ordinaire, en fonction de la température.

De cette manière, les mesures de transmission relative pourront être très précises.

La détection du signal hyperfréquence se fait par une simple diode détectrice, le signal continu étant envoyé sur un enregistreur X-Y par l'intermédiaire d'un amplificateur continu à entrée différentielle.

L'entrée Y est connectée à un thermocouple placé très près de l'échantillon. Nous traçons ainsi directement les variations de transmission en fonction de la température. Deux exemples de courbes obtenues sont donnés figures 5.2 et 5.3 (pages 51 et 52).

Pour les échantillons utilisés (de 250 à 770 Å), la sensibilité du montage est toujours largement suffisante pour les températures utilisées.

Il est toutefois possible, dans le cas où cette sensibilité serait insuffisante, de moduler la tension réflecteur du klystron par un signal carré et d'utiliser un détecteur synchrone en sortie.

Avec le détecteur que nous avons utilisé, nous pouvons détecter des tensions de l'ordre du nanovolt (CHILO [10]), ce qui représente, compte tenu de la puissance délivrée par le klystron, une atténuation d'environ 80 dB dans l'échantillon.

5.2.3. CELLULE PORTE-ECHANTILLON

L'échantillon de Nickel sur son substrat de Pyrex est placé dans une cellule porte-échantillon représentée figure 5.4 (page 53).

Le contact électrique entre l'échantillon et le guide est assuré par un mince film de laque d'argent.

Des mesures ont été effectuées pour connaître le comportement de la cellule. Une comparaison des puissances détectées lorsque la cellule est en place et lorsqu'elle est remplacée par un guide continu montre une faible différence (de l'ordre de 0,2 dB). Nous pouvons donc admettre que la cellule se comporte comme un guide continu.

FIGURE 5.2. Atténuation relative pour d = 250 Å

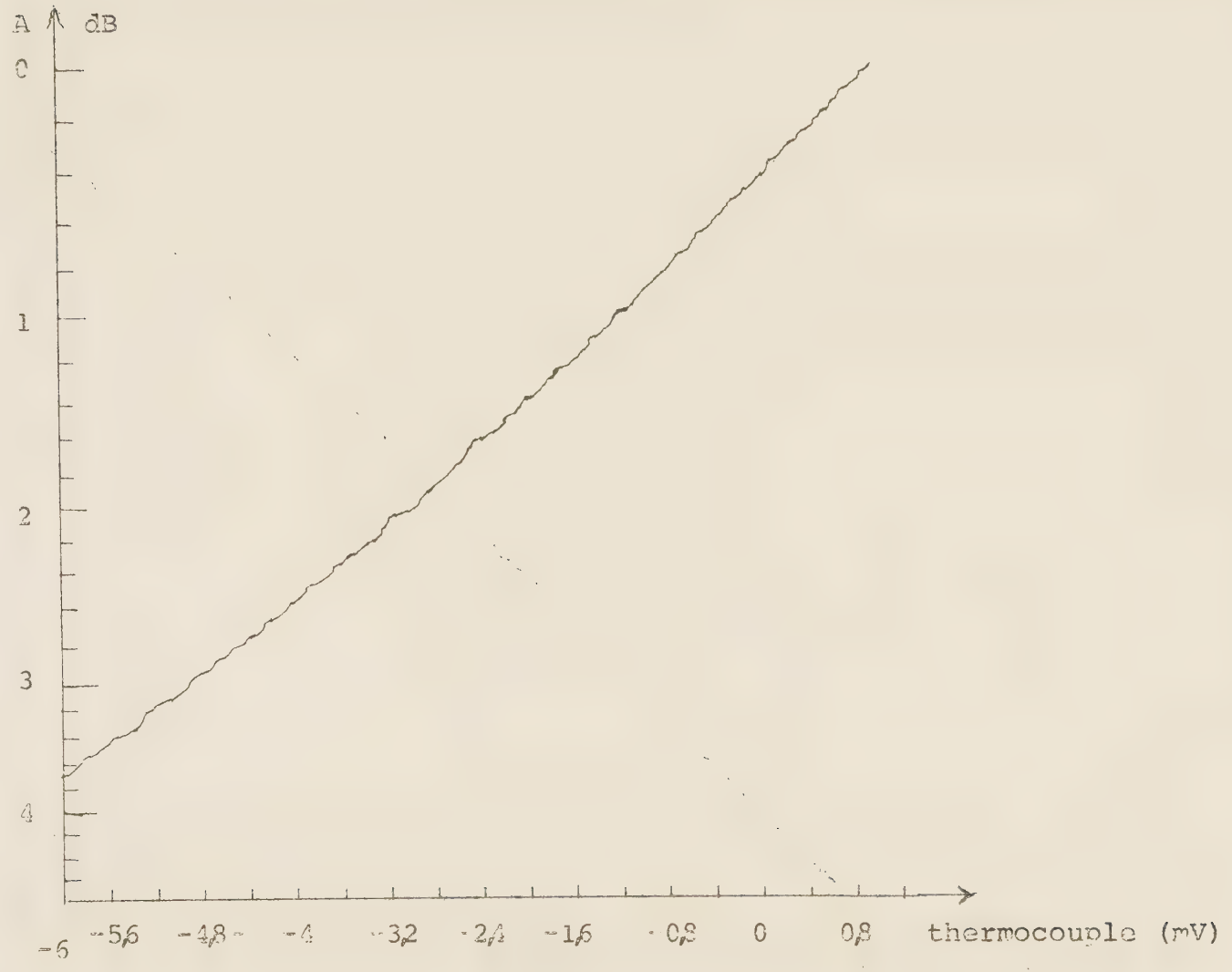


FIGURE 5.3. Atténuation relative pour d = 420 Å

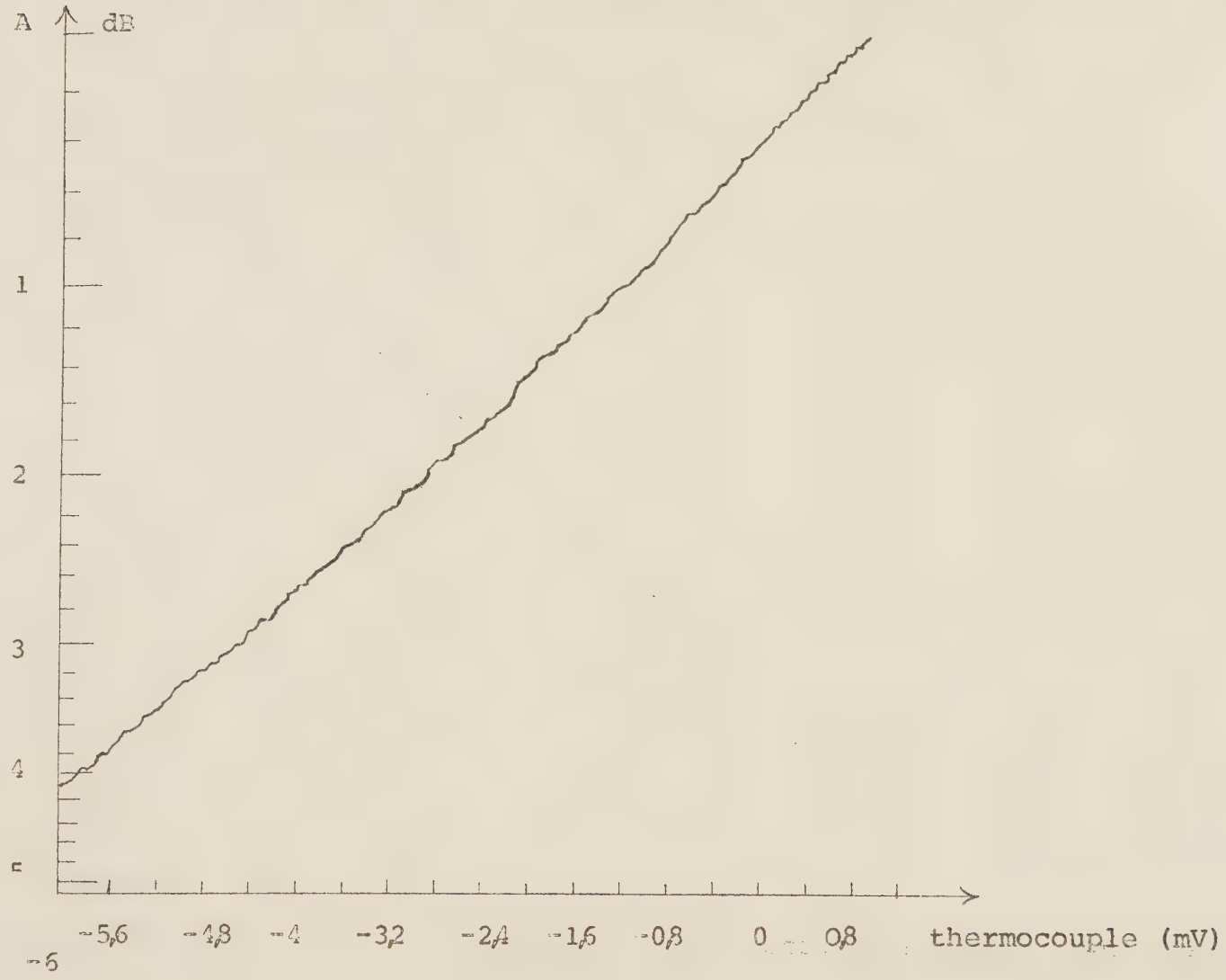
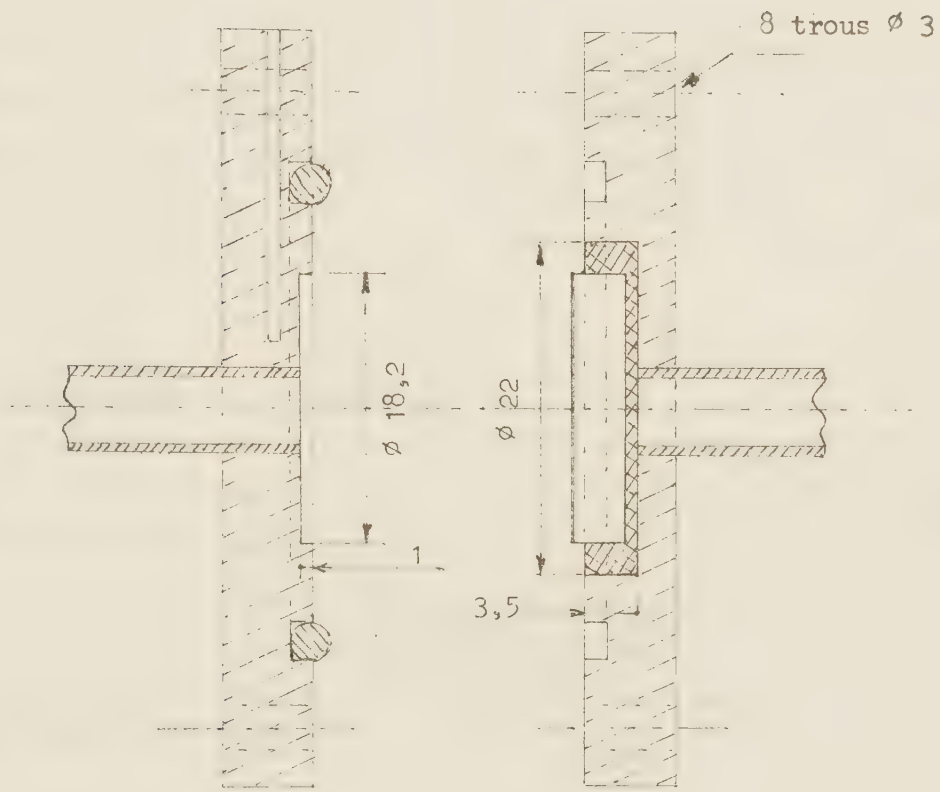


FIGURE 5.4. Cellule porte-échantillon (échelle 2)

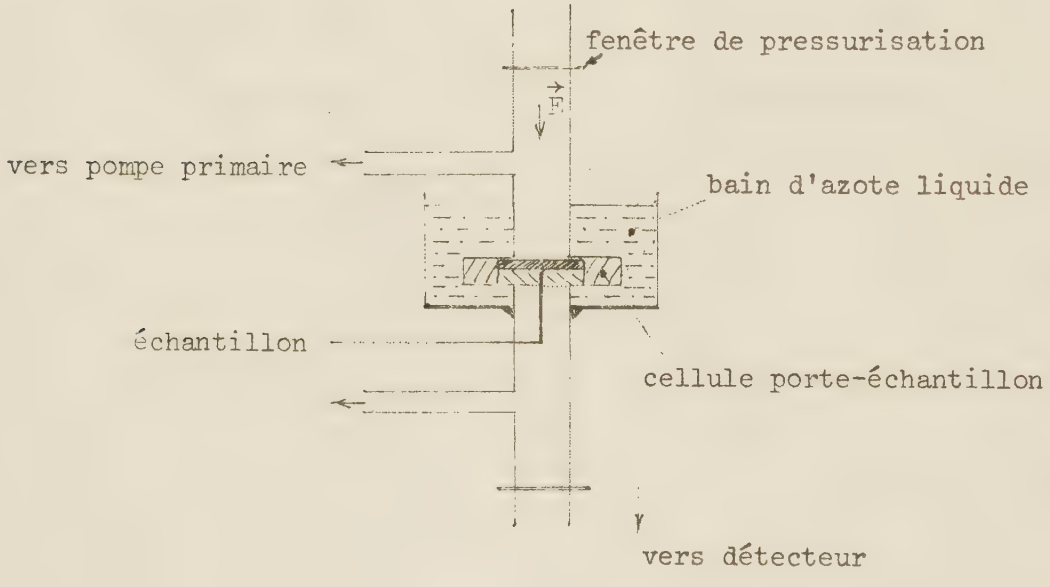


5.2.4. MONTAGE UTILISE POUR LES BASSES TEMPERATURES

Afin d'éviter la condensation de vapeur d'eau dans les guides, qui entraînerait des perturbations notables dans la propagation des ondes, il est nécessaire de maintenir un vide primaire dans la portion du montage appelée à descendre à basse température. L'étanchéité de la cellule est assurée par des joints en plomb et deux fenêtres de pressurisation isolent toute cette partie du reste du montage.

Un premier montage utilisant des coudes, afin de pouvoir plonger aisément l'ensemble échantillon-cellule dans un bain d'azote liquide, a révélé des structures résonnantes importantes. Les fenêtres de pressurisation utilisées présentant un R.O.S. inférieur à 1,05 et étant situées à une distance importante des coudes et de la cellule, les résonances devaient se produire entre les coudes et la cellule. Nous avons donc décidé d'utiliser un montage entièrement linéaire représenté ci-après :

FIGURE 5.5.



Ce montage a donné toute satisfaction, toute résonance ayant disparu.

Nous faisons varier la température en laissant l'azote liquide s'évaporer. Les variations de température sont assez lentes (il faut environ deux heures pour passer de 77 à 300 K) pour que l'on puisse considérer que le thermocouple suit correctement la température.

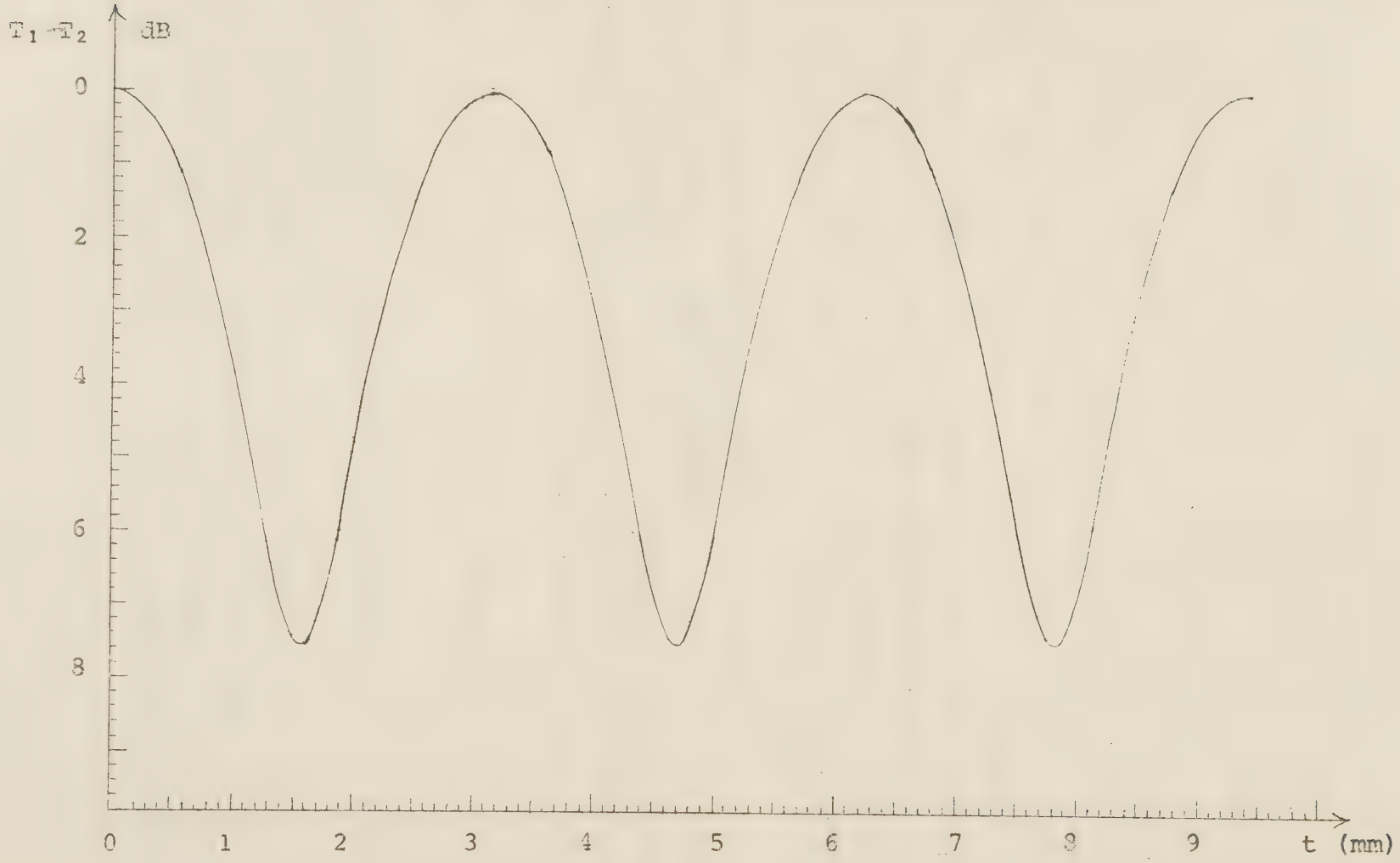
5.2.5. INFLUENCE DU SUBSTRAT DE PYREX

La présence du substrat de Pyrex d'une épaisseur non négligeable nous a amené à calculer théoriquement son influence sur la transmission d'une onde électromagnétique.

Ce calcul (voir Annexe 3) nous a montré que le coefficient de transmission dépendait grandement de l'épaisseur du substrat de Pyrex. Pour le Pyrex utilisé ($\varepsilon_r \# 4$), le rapport entre la transmission dans le Nickel seul et celle à travers le Nickel sur son substrat peut aller jusqu'à près de 10 dB si l'épaisseur du substrat est égale à $(2n-1)\frac{\lambda}{4}$, λ étant la longueur d'onde dans le substrat. Par contre, dans le cas où $d = n\frac{\lambda}{2}$, la transmission reste inchangée (voir figure 5.6, page 56). Dans notre cas ($d = 4$ mm), nous avons obtenu une différence de 2,85 dB que nous devrons donc ajouter à l'atténuation mesurée.

Une étude en fonction de l'épaisseur du film de Nickel et du l.p.m. des électrons dans ce matériau, nous a montré que, dans la gamme d'épaisseurs utilisées et pour les variations de température envisagées, cette différence de 2,85 dB reste sensiblement constante.

FIGURE 5.6. Transmission Nickel-Pyrex - Transmission Pyrex pour d = 1000 Å



CHAPITRE 6

RESULTATS

Nous avons utilisé, pour effectuer nos mesures, des échantillons de quatre épaisseurs différentes :

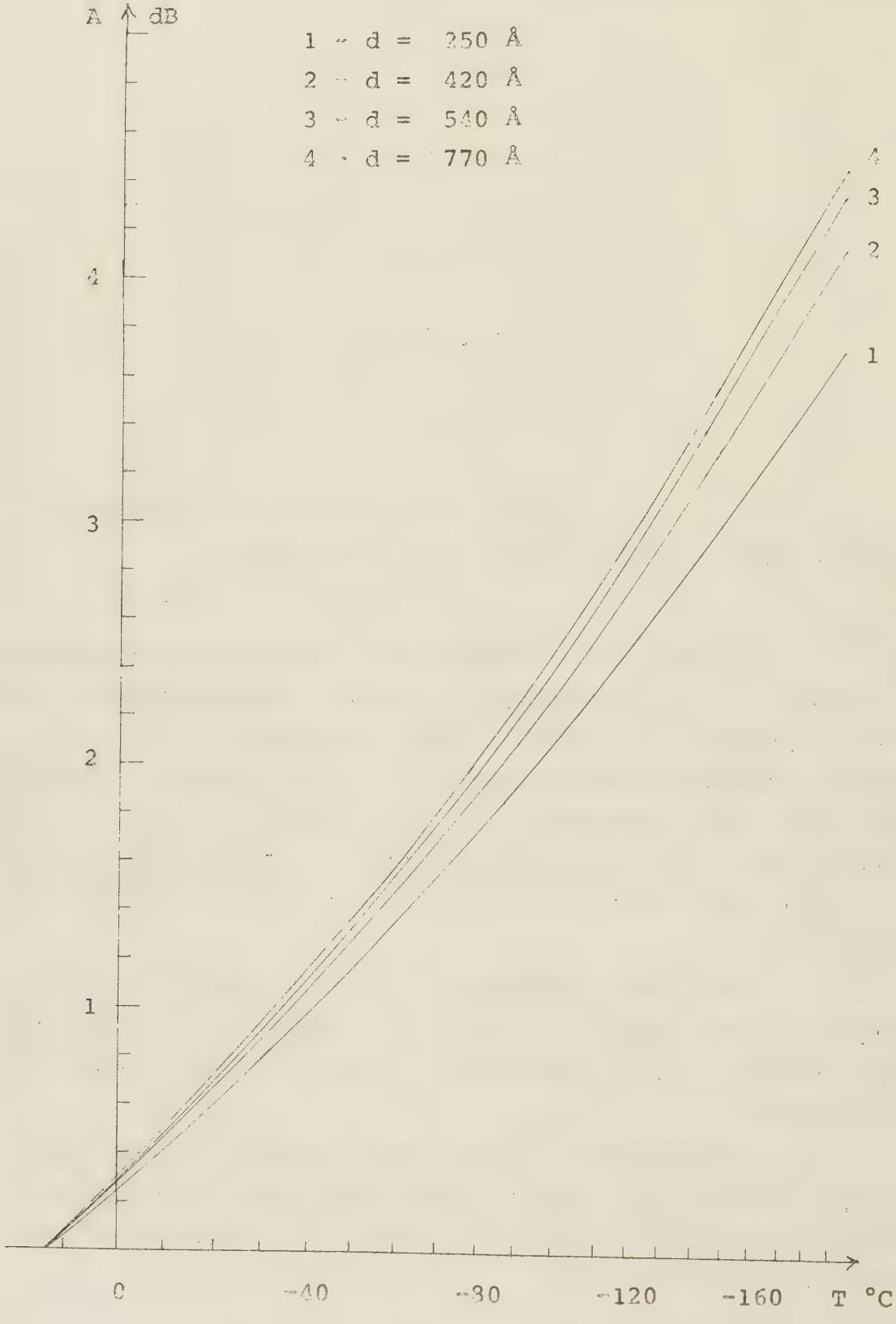
d = 250 Å , d = 420 Å , d = 540 Å et d = 770 Å .

En effet, des échantillons d'épaisseur plus faible, et gardant un état de surface correct, sont extrêmement difficiles à obtenir, et d'autre part, au-dessus de 770 Å, les écarts relatifs de transmission d'un échantillon à l'autre ne sont plus assez importants pour être significatifs. Les échantillons ayant été fabriqués en double exemplaire pour chaque épaisseur, nous pouvons vérifier que les résultats sont bien identiques.

Nous avons tracé une dizaine de courbes par échantillon, ce qui permet d'éliminer le bruit qui peut déformer ces courbes (la reproductibilité d'une courbe à l'autre est d'ailleurs très bonne).

Les résultats obtenus sont reportés sur une même figure (figure 6.1, page 58) qui nous donne l'atténuation en dB en fonction de la température pour les quatre épaisseurs d'échantillon étudiées.

FIGURE 6.1. Atténuation relative = f(T)



Nous avons déduit, suivant la méthode exposée p. 46, un libre parcours moyen à la température de 13°C de 160 Å, ce qui correspond à la température ordinaire à un l.p.m. de 155 Å :

$$\ell_{0\ 23°C} = 155 \text{ Å} \quad .$$

Nous avons obtenu d'autre part les atténuations suivantes (à température ambiante) :

- pour d = 250 Å, A = 23,9 dB ,
- pour d = 420 Å, A = 28,6 dB ,
- pour d = 540 Å, A = 30,7 dB ,
- pour d = 770 Å, A = 33,5 dB .

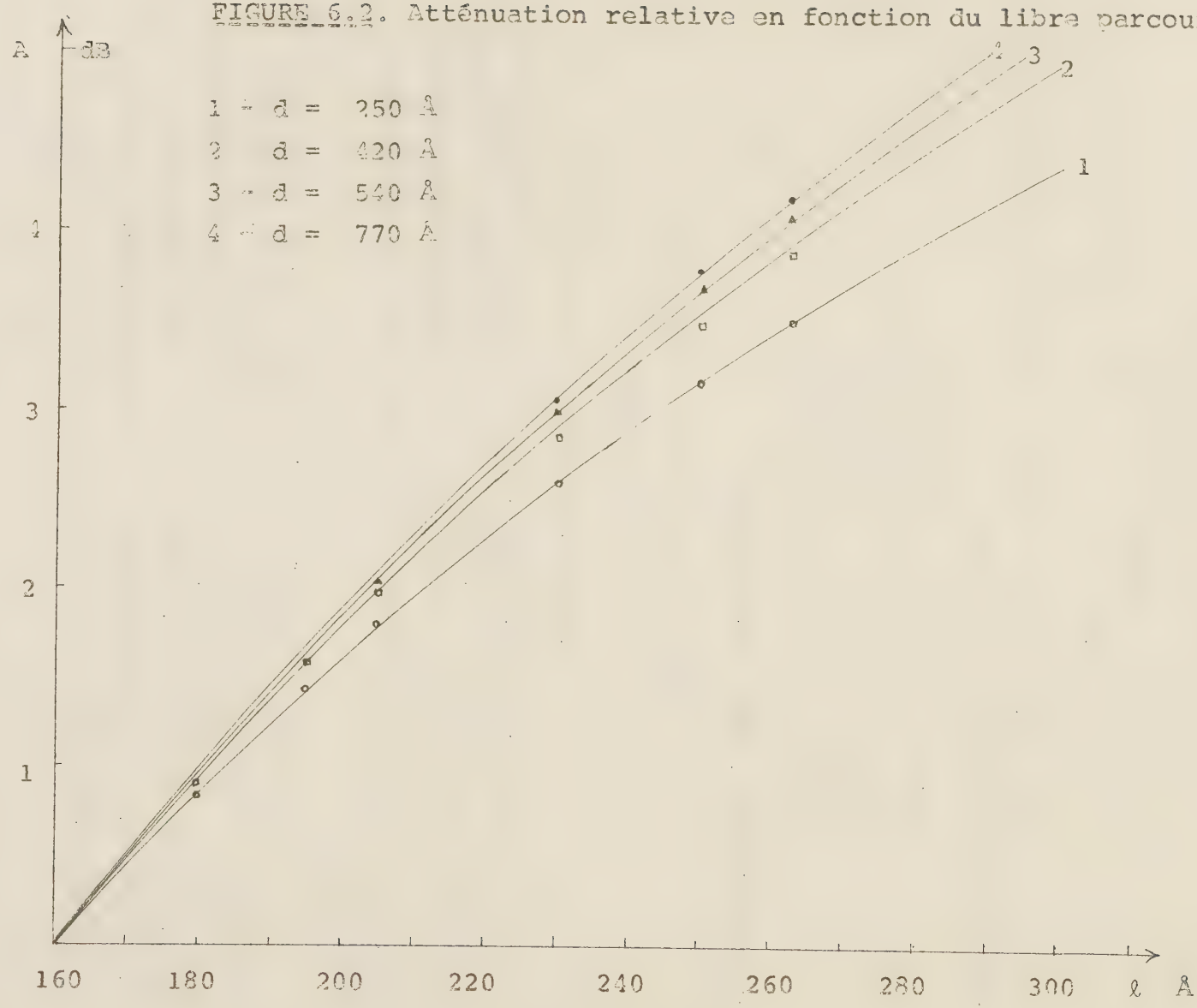
De ces valeurs, nous avons déduit :

$$\sigma_0 = 5{,}3 \cdot 10^6 \text{ S/m} \quad .$$

Nous avons alors retracé les courbes théoriques de transmission relative en fonction du l.p.m. pour les quatre échantillons utilisés. Puis nous avons reporté quelques valeurs pratiques (voir figure 6.2, page 60) sur ces courbes théoriques.

Si, pour 250, 540 et 770 Å, les points pratiques et théoriques concordent bien, il n'en est pas de même pour d = 420 Å. En effet, pour cette épaisseur, tous les points pratiques se situent en-dessous de la courbe théorique. Il semble donc que l'épaisseur de cet échantillon était sensiblement plus faible que 420 Å (de l'ordre de 380 Å).

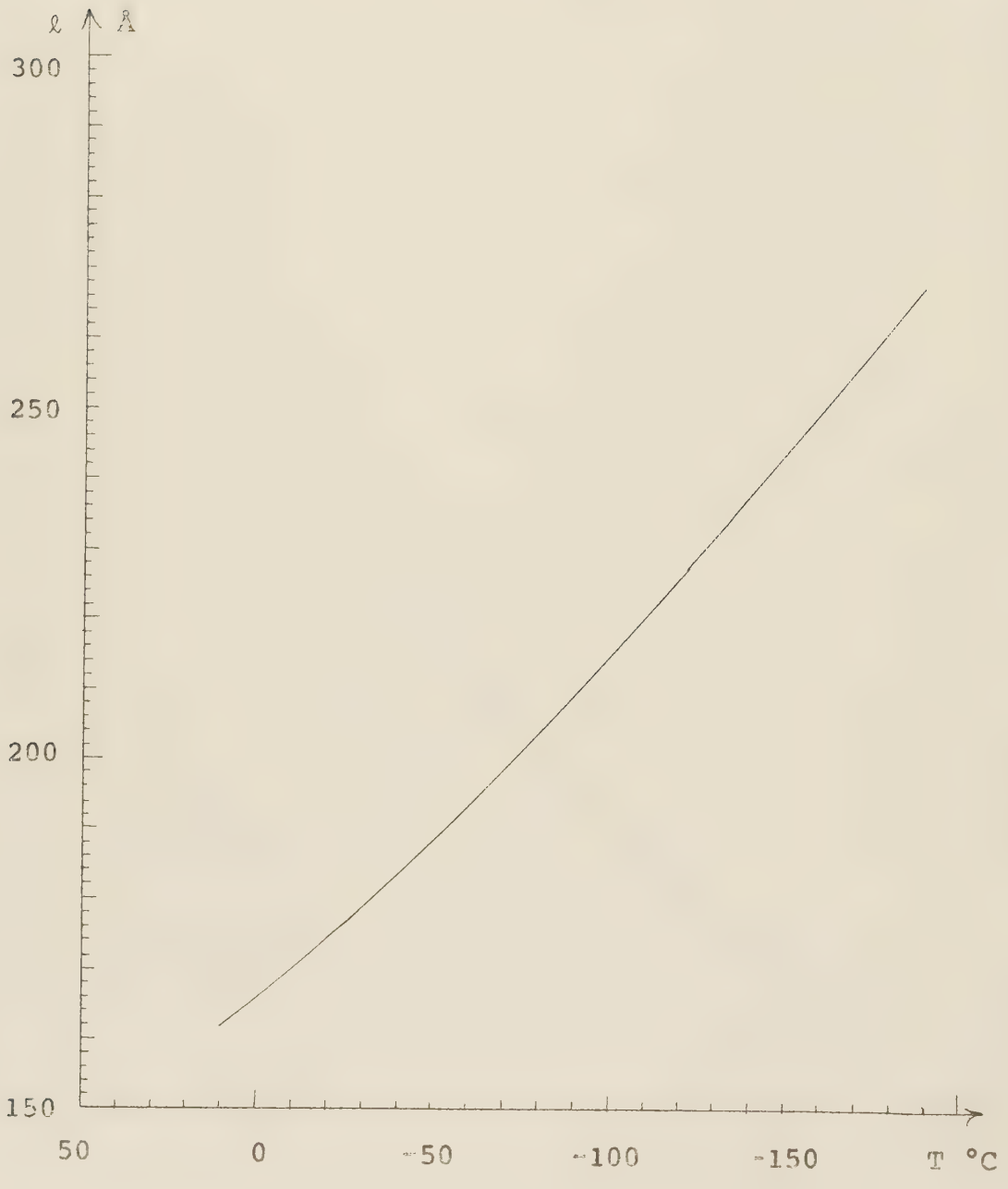
FIGURE 6.2. Atténuation relative en fonction du libre parcours moyen



La courbe finale donnant le libre parcours moyen en fonction de la température est donnée figure 6.3 (page 62).

Cette courbe montre que le libre parcours moyen varie de 160 Å (à 13°C) jusqu'à 270 Å (à 77 K).

FIGURE 6.3. Libre parcours moyen en fonction de la température



DISCUSSION DES RESULTATS

Les résultats obtenus pour le coefficient de transmission à température ambiante, concordent parfaitement avec ceux obtenus par RAMEY et LEWIS [11] qui ont mesuré ce coefficient pour différents métaux en fonction de l'épaisseur de l'échantillon. RAMEY et LEWIS ainsi que HAVEMANN et DAVIS [12] (pour le Permalloy), ont essayé d'interpréter les résultats obtenus en utilisant la théorie de FUCHS-SONDHEIMER [13] (F-S) sur la conductivité dans les lames minces.

Dans le cas du Nickel, RAMEY et LEWIS obtiennent une différence d'environ 13 dB entre les résultats théoriques et leurs résultats pratiques (pour d = 1000 Å).

La théorie de FUCHS-SONDHEIMER fait tendre σ vers σ_0 lorsque $d/\ell > 1$, ce qui revient à tendre vers la théorie classique.

Nous avons vu qu'il y avait une différence de 6 dB entre les résultats donnés par la théorie classique et ceux donnés par la théorie que nous venons d'exposer (pour $p = 0$, ce qui est le cas).

D'autre part, nous avons trouvé un σ_0 (correspondant au matériau sous grande épaisseur) de $5,3.10^6$ S/m au lieu de $\sigma_0 = 1,27.10^7$ S/m généralement utilisé (BOZORTH [14]). Cette différence entre les conductivités utilisées conduit à une différence de 7,6 dB dans la transmission.

Nous trouvons donc une différence de 13,6 dB qui correspond bien à l'écart observé par RAMEY et LEWIS. Cette valeur de $\sigma_0 = 5,3.10^6$ S/m fait d'ailleurs penser que le fait que le Nickel évaporé soit polycristallin dégrade beaucoup ses propriétés conductrices.

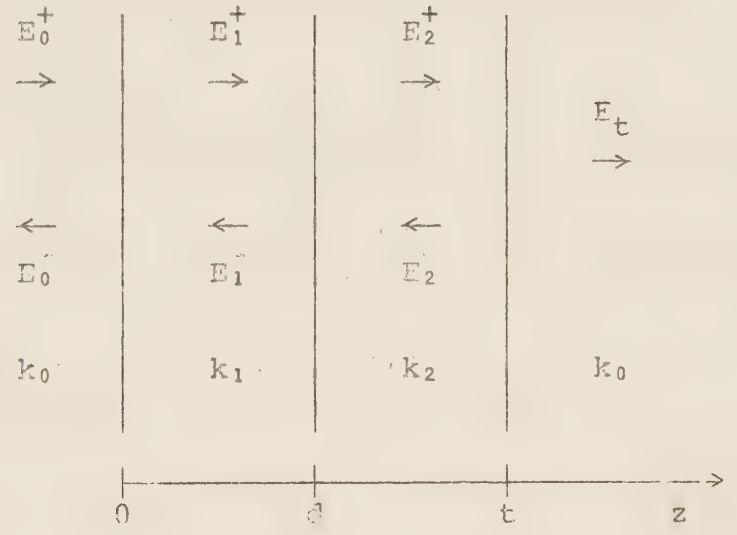
Nous avons d'ailleurs mesuré un rapport des libres parcours moyens entre la température ambiante et la température de l'azote liquide, inférieur à 2 alors que, dans le cas de matériau massif monocristallin, ce rapport est de l'ordre de 15.

Il est inutile d'établir une loi empirique de variation du l.p.m. en fonction de la température, à partir de la courbe que nous avons obtenue, dans la mesure où cette loi varierait probablement avec la préparation des échantillons. Il serait d'ailleurs intéressant d'étudier le comportement du libre parcours moyen lorsque la préparation des échantillons change (vitesse d'évaporation, température du substrat lors de l'évaporation, vide...) .

A N N E X E 3

COEFFICIENT DE TRANSMISSION A TRAVERS L'ENSEMBLE NICKEL-PYREX

L'ensemble des champs dans l'ensemble étudié est représenté ci-dessous :



Si l'onde incidente s'écrit :

$$E_i = E_0^+ \, e^{jk_0 z - j\omega t}$$

les conditions aux limites s'écrivent :

en z = 0 :

$$E_0^+ + F_0^- = F_1^+ + E_1^-$$

$$k_0 (E_0^+ - E_0^-) = k_1 (E_1^+ - E_1^-)$$

en z = d :

$$E_1^+ e^{jk_1 d} + E_1^- e^{-jk_1 d} = E_2^+ e^{jk_2 d} + E_2^- e^{-jk_2 d}$$

$$k_1 (E_1^+ e^{jk_1 d} - E_1^- e^{-jk_1 d}) = k_2 (E_2^+ e^{jk_2 d} - E_2^- e^{-jk_2 d})$$

en z = t :

$$E_2^+ e^{jk_2 t} + E_2^- e^{-jk_2 t} = E_t e^{jk_0 t}$$

$$k_2 (E_2^+ e^{jk_2 t} - E_2^- e^{-jk_2 t}) = k_0 E_t e^{jk_0 t} \quad .$$

En posant : $k_1/k_0 = Z_1$; $k_2/k_1 = Z_2$; $k_0/k_2 = Z_3$ puis $Z_i + \frac{1}{Z_i} = a_i$, on tire l'expression :

$$\frac{1}{T} = \left| \frac{E_0^+}{E_t} \right|^2 = \frac{1}{64} \left| A\, e^{j(k_2-k_1)d}\, e^{-jk_2 t} + B\, e^{-j(k_2+k_1)d}\, e^{jk_2 t} + C\, e^{j(k_2+k_1)d}\, e^{-jk_2 t} + D\, e^{j(k_1-k_2)d}\, e^{jk_2 t} \right|^2 ,$$

dans laquelle : $A = 2 + a_1 + a_2 + a_3$,

$B = 2 + a_1 - a_2 - a_3$,

$C = 2 - a_1 - a_2 + a_3$,

$D = 2 - a_1 + a_2 - a_3$.

C O N C L U S I O N

Afin de déterminer les variations du libre parcours moyen en fonction de la température dans des films minces de Nickel, nous avons effectué une étude théorique de la propagation d'ondes électromagnétiques dans des lames minces.

Nous avons, pour cela, intégré rigoureusement les équations de MAXWELL, en nous efforçant de dégager des résultats obtenus les effets principaux observés : effets dimensionnels, effet de peau anormal et extrêmement anormal.

Les résultats littéraux étant peu maniables, nous avons essayé, dans les cas où cela était possible ($d/\ell \gg 1$, $\ell \to \infty$), de ramener les expressions exactes de l'impédance de surface à des expressions beaucoup plus simples, une comparaison étant effectuée avec la théorie classique.

Nous avons profité des effets dimensionnels pour établir une méthode de mesure du libre parcours moyen que nous avons appliquée au cas du Nickel.

Des études expérimentales de transmission d'ondes électromagnétiques à travers le Nickel, entre la température ambiante et la température de l'azote liquide, nous ont permis de déduire la courbe de variation du libre parcours moyen en fonction de la température.

Cette courbe nous a montré que le libre parcours moyen dans nos films variait assez peu ($\ell_{77\ K} < 2\ \ell_0$), comparativement aux variations observées dans des échantillons massifs monocristallins. Une étude pour des températures plus basses (Hélium) est actuellement envisagée.

Nous pensons d'autre part à étudier des lames minces de Nickel monocristallines obtenues à partir d'échantillons massifs par bombardement ionique.

Une comparaison des résultats serait extrêmement intéressante.

B I B L I O G R A P H I E

[1] J.A. STRATTON
Théorie de l'électromagnétisme
Dunod ed. (1961)

[2] G.E.H. REUTER, E.H. SONDHEIMER
Proc. R. Soc. *A.195*, 336 (1948)

[3] G.A. BARAFF
Phys. Review *B.7* n° 2 (1973)

[4] G.A. BARAFF
Physical Review *167* n° 3 (1968)

[5] G.R. HENRY
J. Applied Phys. *43* n° 7 (1972)

[6] G.A. BEGIASHVILI
Fiz. Metal. Metalloved *14* n° 4 (1962)

[7] J.S. HIRCHHORN
J. Phys. Chem. Solids *23*, 1821 (1962)

[8] A.B. PIPPARD
The dynamics of conduction electrons
Gordon & Breach ed. (1965)

[9] I.S. GRADSHTEYN, I.M. RYZHIK
Table of integrals, series and products
Academic Press ed. (1965)

[10] J. CHILO
Laboratoire d'Electromagnétisme E.N.S.E.R. Grenoble
Thèse de Docteur-Ingénieur (à paraître)

[11] R.L. RAMEY, T.S. LEWIS
J. Applied Phys. *39* n° 3 (1968)

[12] R.H. HAVEMANN, L.E. DAVIS
I.E.E.E. Trans. *MTT.19* n° 1 (1971)

[13] E.H. SONDHEIMER
Advances Phys. *1* n° 1 (1952)

[14] R.M. BOZORTH
Ferromagnetism
Van Nostrand ed. (1951) .

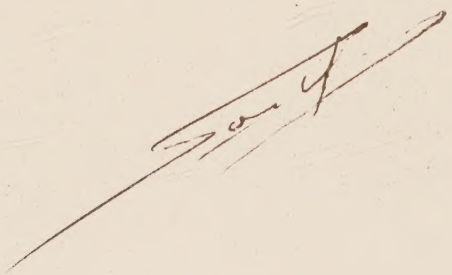
Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le 12/9/73

Le Président de la thèse

VU, et permis d'imprimer,

Grenoble, le

Le Président de l'Université
Scientifique et Médicale